CSMA 2022
15ème Colloque National en Calcul des Structures
16-20 Mai 2022, Presqu'île de Giens (Var)

Modèle d'ordre réduit d'une boîte de transmission complète et présentation d'une technique de réduction du carter via Abaqus.

E.Abboud[1,2], A.Grolet[1], H.Mahe[2], O.Thomas[1]

[1] *École nationale supérieure des arts et métiers, LISPEN, HESAM Université, F-59000 Lille, France*
[2] *Valeo transmissions, Centre d'Étude des Produits Nouveaux Espace Industriel Nord, Route de Poulainville, 80009 Amiens, Cedex 1,France*

Résumé — Dans cet article, une nouvelle méthode de réduction de modèle utilisant Abaqus est présentée. Elle permet l'extraction des matrices réduites sans avoir recours à un calcul supplémentaire. La méthode est appliquée sur un carter d'une boîte de transmission ; en complément, une méthode de calcul de N étages de réduction est décrite. La combinaison du modèle réduit du carte et le modèle dynamique d'engrènement donne un aperçu général d'une boîte de transmission complète.
Mots clés — Réduction de modèle, Boite de transmission, Erreur de transmission, Vibrations.

1 Introduction générale

Dans l'industrie automobile actuelle, le recours aux véhicules à moteur électrique génère des bruits qui étaient auparavant masqués par le bruit des moteurs à combustion interne, tels que les bruits de sirennement émis par la boîte de vitesses. La source principale de ce bruit est la vibration des engrenages causée par une erreur de transmission, définie par Harris en 1958 [1] comme la différence entre la position théorique et la position actuelle de l'engrenage suite aux défauts géométriques et aux propriétés des matériaux élastiques. Depuis plusieurs années, de nombreux chercheurs ont proposé de nouveaux modèles dynamiques pour représenter l'interaction qui a lieu entre les pignons [2, 3, 4, 5]. Le processus d'engrènement qui commence par cette interaction est ensuite transféré au carter par l'intermédiaire des arbres et des roulements. C'est pourquoi les fabricants et les chercheurs sont fortement concernés par l'étude et l'estimation du bruit émis par la structure vibratoire (i.e, les engrenages). Il s'agit d'une étape essentielle pour concevoir et développer des boîtes de vitesses plus silencieuses. Par conséquent, un large éventail d'articles sur les vibrations des boîtes de vitesses peut être trouvé dans la littérature, et une variété de modèles dynamiques employés pour l'étude de la dynamique des boîtes de vitesses ont été publiés dans [6]. Malgré la diversité des approches, les méthodes peuvent généralement être classées en deux grandes catégories : 1) Le carter est entièrement modélisé par la méthode des éléments finis(EF). Dans ces cas, pour des raisons d'efficacité, des modèles simplifiés de la boîte de vitesses sont généralement considérés [4, 7, 8, 9]. 2) Une technique de réduction de modèle est appliquée au carter et les matrices de masse et de rigidité correspondantes sont ajoutées à un modèle à éléments localisés des engrenages en interaction [10, 11, 12]. D'après la littérature sur le sujet, ces deux méthodes sont en corrélation avec leurs études expérimentales correspondantes. Pour la première méthode, lorsque les chercheurs envisagent un modèle EF, ils ont souvent tendance à considérer des modèles simplifiées afin d'optimiser leur temps de calcul. Néanmoins, cette méthode est un moyen efficace d'étudier l'effet des composants de la boîte de vitesses sur le comportement du carter. Elle permet également d'identifier l'impact de l'élasticité des différents éléments sur la vitesse de rotation critique de l'arbre d'entrée. Alternativement, pour l'application de la méthode 2, les modèles réduits sont souvent utilisés pour étudier les caractéristiques vibro-acoustiques de la boîte de vitesses, pour prédire le niveau du bruit émis et pour évaluer la capacité de la boîte de vitesses à répondre aux besoins de ses utilisateurs. Cette stratégie permet également d'avoir une vision globale du comportement dynamique de la boîte de vitesses excitée par l'erreur de transmission statique tout en réduisant le temps de calcul. Dans cet article, on s'intéresse plutôt sur la méthode 2 en appliquant des réductions de modèle. Par contre, pour faire ceci,une nouvelle méthode d'extraction des matrices réduites sera présentée en utilisant Abaqus. Ce qui fait que cet article est divisé en deux grandes parties : La première propose une nouvelle représentation dynamique d'un modèle de réduction à N étapes basée sur une méthode précédemment développée dans [13]. La seconde partie est une nouvelle suggestion pour la réduction du modèle dans Abaqus. Ensuite, une fois le modèle réduit et le système assemblé, il est possible d'avoir un aperçu des excitations d'une boîte de vitesses complète en utilisant ce modèle d'ordre réduit.

2 Méthode de calcul d'un modèle de réduction à N-étages

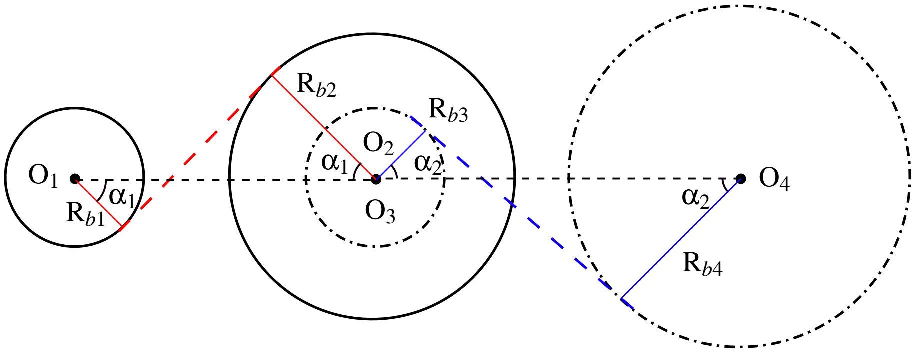

FIGURE 1 – Deux étages de réduction

La première étape de réduction est l'expression du vecteur géométrique. Celui-ci projette l'interaction ayant lieu sur la ligne d'action au centre des deux engrenages (c'est-à-dire les ddl de chaque centre d'engrenage avec six ddl considérés par nœud). Comme le montre la figure 1, dans le cas de deux étages de transmission, il faut distinguer deux lignes d'action liées au processus d'égrènement des deux paires d'engrenages. Ainsi, deux projections sont nécessaires, y compris la nécessité de définir deux vecteurs géométriques relatifs aux deux étages considérés :

$$\begin{aligned} \underline{R}_1^T &= \begin{pmatrix} R_{G_1} & 0\dots0 \end{pmatrix} \\ \underline{R}_2^T &= \begin{pmatrix} 0\dots0 & R_{G_2} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{1}$$

où R_{G_1} et R_{G_2} sont chacun formés de 12 termes non nul ; avec $\underline{R}_1$ et $\underline{R}_2$ les vecteurs géométriques des étages 1 et 2, respectivement de taille 24×1 chacun. R_{G_1} et R_{G_2} représentent la projection de l'interaction ayant lieu sur la ligne d'action vers les centres des engrenages des étages 1 et 2, respectivement avec $\underline{R}_G$ détaillé dans [14]. En considérant les deux vecteurs géométriques susmentionnés, l'équation générale du mouvement du système est décrite comme suit :

$$\underline{\underline{M}}_{FE}\underline{\ddot{X}} + \underline{\underline{C}}\underline{\dot{X}} + \underline{\underline{K}}_{FE}\underline{X} + \left(k_1(t)\underline{R}_1\underline{R}_1^T + k_2(t)\underline{R}_2\underline{R}_2^T\right)\underline{X} = \underbrace{k_1(t)\Delta_1^s(t)\underline{R}_1}_{F_{int_1}} + \underbrace{k_2(t)\Delta_2^s(t)\underline{R}_2}_{F_{int_2}} \tag{2}$$

avec X(t) les ddl's du modèle, $\underline{\underline{M}}_{FE}$ la matrice masse, c la matrice amortissement, $\underline{\underline{K}}_{FE}$ la matrice raideur du modèle élément finis, $k_1(t)$, $k_2(t)$ les rigidités de maillage des étages 1 et 2, respectivement, et $\Delta_1^s(t)$, $\Delta_2^s(t)$ les erreurs de transmissions statiques (STE). F_{int_1} et F_{int_2} représentent l'excitation due à la STE projetée sur les degrés de liberté du centre des roues menantes et menées, aux étage 1 et 2, respectivement. $k_1(t)$ et $k_2(t)$ les raideurs d'engrènement des deux étages sont périodiques. Par conséquent, une matrice constante de rigidité totale contenant la rigidité du modèle FE et la partie constante de la rigidité de maillage est définie. En utilisant la caractéristique moyenne de $\underline{\underline{M}}_{FE}$ et de $\underline{\underline{K}}_{FE}$, la solution est alors projetée sur la base modale avec : $\underline{X}(t) = \sum_{n=1}^{N_{DOF}} \Phi_n q_n(t)$ [1] où q_n est l'amplitude du mode n et N_{DOF} le nombre de degrés de liberté. Ensuite, les termes périodiques($k(t)$, $\Delta^s(t)$, $q(t)$ sont remplacés par leurs coefficients de série de Fourier. L'équation généralisée sur N étapes de réduction est donc définie par la formule suivante :

$$\sum_{e=1:N} \left[\Delta_{e,k} + T_k^e(\omega) \sum_l (r_{1,n}\widehat{g}_{1,k-l}\Delta_{1,l} + \cdots + r_{N,n}\widehat{g}_{N,k-l}\Delta_{N,l}) \right] = \sum_{e=1:N} T_k^e(\omega) \left(r_{1,n}\widehat{f}_{1,k} + \cdots + r_{N,n}\widehat{f}_{N,k} \right) \tag{3}$$

1. N_{DOF} est le nombre de degrés de liberté

avec

$$H_{n,k}^{-1}(\Omega) = \omega_n^2 - (k\Omega)^2 + 2i\xi_n\omega_n(\Omega k) \text{ et } T_k^e(\omega) = \sum_n H_{n,k} r_{e,n} \tag{4}$$

où ω_n est la pulsation propre du mode n, ξ_n est l'amortissement modal du mode n, $r_n = \Phi_n^T R$ est la projection du vecteur géométrique sur le mode Φ_n. e est le numéro de l'étage, k est l'harmonique considéré, $g_{e,k}$ est le coefficient de série de Fourier de la raideur d'engrènement et $f_{e,k}$ celle de la force. A noter que $\Delta_e = \sum_n r_{e,n} q_n$ est l'erreur dynamique de transmission. Les coordonnées modales peuvent alors être déduites de l'erreur de transmission dynamique avec :

$$q_{n,k} = H_{n,k} \left[r_{1,n}\widehat{f}_{1,n} + r_{2,n}\widehat{f}_{2,n} - \left[\sum_l r_{1,n}\widehat{g}_{1,k-l}\Delta_{1,l} + \sum_l r_{2,n}\widehat{g}_{1,k-l}\Delta_{1,l} \right] \right] \tag{5}$$

Ayant déjà identifié les caractéristiques géométriques des engrenages et calculé la raideur d'engrènement et l'erreur statique de transmission, tous les éléments nécessaires au calcul de l'erreur dynamique de transmission sont disponibles. Par conséquent, en utilisant les Eq. 3 et Eq. 5, le comportement dynamique et les modes les plus excités par l'erreur statique de transmission peuvent être identifiés

3 Technique de réduction des modèles

L'étude d'une structure complexe à l'aide des méthodes classiques de simulation par éléments finis peut être très compliquée et prendre beaucoup de temps. C'est pourquoi il existe plusieurs méthodes de sous-structuration dynamique pour les simulations numériques de structures complexes dans le domaine fréquentiel [15]. L'une de ces méthodes est celle d'inteface fixe proposée par Craig et Bampton[16] et employé dans Abaqus pour la sous-structuration des modèles. Elle permet donc de réduire le modèle et d'en déduire les matrices de raideur et de masse à utiliser dans les études dynamiques des modèles réduits. Les premières étapes classiques sont toujours les mêmes dans Abaqus et aucune modification n'est nécessaire.

3.1 Choix des étapes

Une fois que tous les éléments géométriques sont prêts, les étapes de l'étude peuvent être définies. En se basant sur la description de la méthode Craig-Bampton [16], il faut commencer par calculer les valeurs propres des interfaces fixes. Pour cette étape, deux conditions limites sont à considérer : d'abord les conditions aux limites réelles appliquées sur le système. Puis, l'encastrement des nœuds à conserver. La deuxième étape est le processus de réduction du modèle. Une deuxième phase consiste à choisir le modèle ou la pièce en question sur laquelle la réduction doit être appliquée. Il faut autoriser le calcul de la matrice de masse réduite (à sélectionner). En parallèle, le nombre de modes à retenir doit être spécifié. De même que pour l'étape précédente, il faut choisir les conditions aux limites : Il faut garder aussi les conditions aux limites générales pour l'étape deux et en même temps Abaqus donne l'option de choisir les nœuds à conserver (précédemment fixés dans l'étape 1). A ce stade, les étapes de calcul requises par Abaqus sont prêtes.

3.2 Les connexions

Lorsqu'il s'agit de choisir les nœuds à conserver, il est nécessaire de vérifier que tous les nœuds possèdent les caractéristiques physiques nécessaires (c'est-à-dire les valeurs de masse et de raideur). Par exemple, si l'on considère le centre d'un trou, une connexion rigide doit être établie entre le centre et la surface environnante. Ce faisant, une valeur physique est accordée, lui permettant d'être connecté à d'autres éléments. Le nœud n'a aucune valeur sans connexion établie, et Abaqus ne poursuivra pas le calcul.

3.3 Extraction des matrices de masse et de raideur

Abaqus calcule automatiquement les matrices de masse et de raideur réduites. A notre connaissance, il est difficile de les extraire directement du fichier .inp, car le modèle contient deux matrices de masse et deux matrices de raideur (celles des modèles réduits et celles du modèle initial). Cependant, durant le calcul, un fichier .sim est généré contenant uniquement le modèle réduit de la structure. Dans un nouveau modèle abaqus, le .sim doit être importé comme un nouvel élément. Le modèle réduit de la structure est ainsi importé dans Abaqus. Il faut ensuite générer le fichier .inp correspondant : à cette étape, le modèle ne contient que les matrices réduites du système, ce qui signifie qu'une extraction de ces matrices peut être effectuée en ajoutant 4 lignes de codes à la fin du fichier .inp :*Step, *MATRIX GENERATE, STIFFNESS,MASS *MATRIX OUTPUT,STIFFNESS,MASS,FORMAT= MATRIX INPUT *End Step. Une fois le .inp lancé et le calcul terminé, deux fichiers sont générés : mass.mtx et stiffness.mtx, contenant respectivement la matrice de masse réduite et la matrice de raideur. Ces matrices doivent être réarrangées pour pouvoir être utilisées. Elles peuvent être représentées comme suit :

$$\begin{array}{ccc}
 & \begin{array}{cc} \longleftarrow N_m \longrightarrow & \qquad\qquad \end{array} & \\
\begin{array}{c}\uparrow\\ N_m \\ \downarrow\\ \\ \\ \\ \end{array} & \left(\begin{array}{ccc|ccc}
a_{11} & \dots & 0 & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\
\vdots & \ddots & \vdots & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\
0 & \dots & a_{13} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\
\hline
a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\
a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\
a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66}
\end{array}\right) & \begin{array}{c} \\ \\ \\ \uparrow\\ N_r \\ \downarrow \end{array} \\
 & \begin{array}{cc} \qquad\qquad & \longleftarrow N_r \longrightarrow \end{array} &
\end{array} \tag{6}$$

avec N_m égal au nombre de modes retenus. $N_r = N_{noeuds} \times N_{ddl}$ avec N_{noeuds} le nombre de nœuds retenus et N_{ddl} le nombre de degrés de liberté par nœud.

4 Application à un exemple simple

4.1 Étages de réduction

Deux étages d'engrenages sont considérés pour cette étude. L'objectif de la première partie est la représentation macro-géométrique de tous les engrenages et de leurs arbres correspondants afin de calculer les éléments requis pour l'équation dynamique et sa solution : l'erreur de transmission statique et la raideur d'égrènement. Les propriétés mécaniques des arbres et des engrenages sont identiques avec un module d'élasticité de 207 GPa, une densité de 7800 Kg/m^3 et un coefficient de Poisson de 0,3.

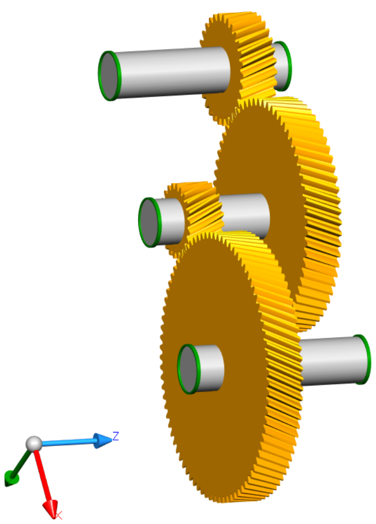

FIGURE 2 – Deux étages de réduction

	Stage 1		Stage 2	
Gear	Pinion	Wheel	Pinion	Wheel
Number of teeth	30	65	22	83
Base diameter (mm)	53.026	114.889	34.978	131.961
Tip diameter (mm)	60.427	126.698	61.677	224.151
Helix angle (°)	20		25	
Pressure angle (°)	20		20	
Centre distance (mm)	90		90	
Normal module (mm)	1.781		2.457	
Total contact ratio	2.802		3.211	
Shaft	Length (mm)		Diameter (mm)	
Shaft (A_1)	188		20	
Shaft (A_2)	131		30	
Shaft (A_3)	158		40	

TABLE 1 – Caractéristiques macro-géométriques des engrenages et des arbres

Le modèle de la Figure 2 est obtenu avec Masta en utilisant les caractéristiques géométriques décrites dans la Table 1. Ayant la matrice de masse des engrenages et les valeurs de raideur du modèle d'éléments

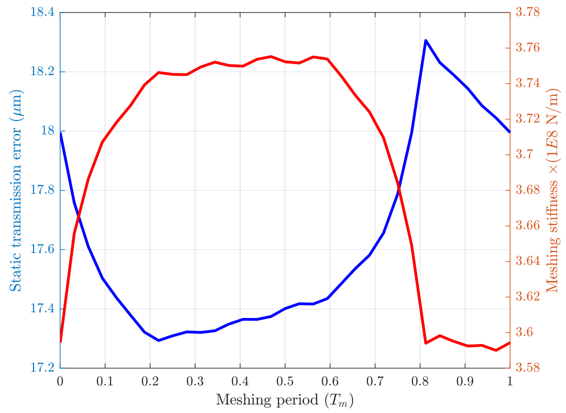

FIGURE 3 – Static transmission error and meshing stiffness of Stage 1 for T=150 N.m

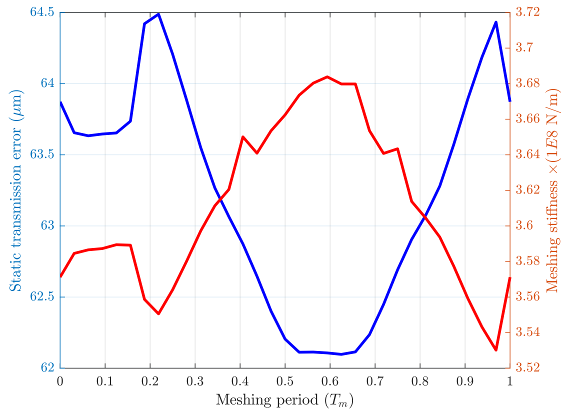

FIGURE 4 – Static transmission error and meshing stiffness of Stage 2 for T=325 N.m

finis, les deux éléments manquants nécessaires pour résoudre l'équation dynamique (Eq. (3)) sont les termes de forçage paramétrique et direct qui peuvent être calculés dans Masta [17] :

4.2 Réduction du modèle du carter

Dans cette section, le carter et les arbres de rotation sont considérés. Un premier point consiste à établir la connexion entre les deux afin d'assurer la rotation des arbres. On considère une géométrie simple d'un carter de forme rectangulaire. Il comporte trois trous de chaque côté représentant la position des trois arbres de rotation.

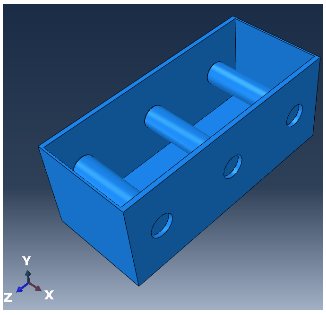

FIGURE 5 – Présentation simplifiée d'un système complet d'une boîte de vitesses

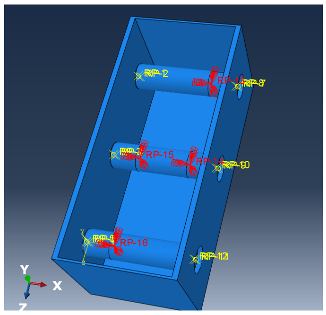

FIGURE 6 – Présentation générale du système avec les nœuds choisis à garder

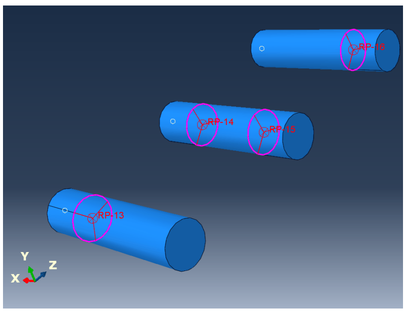

FIGURE 7 – Connexion entre le nœud de l'engrenage et son entourage.

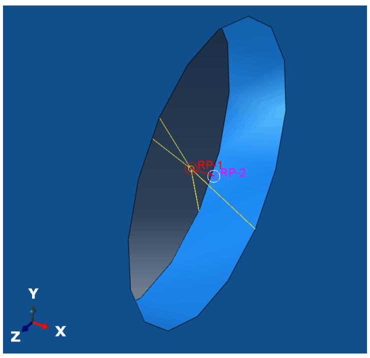

FIGURE 8 – Connexion entre le nœud et le trou pour le positionnement de l'arbre

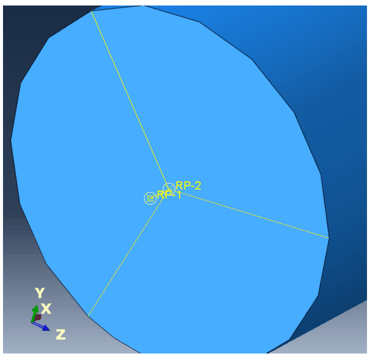

FIGURE 9 – Connexion entre le nœud de l'arbre et son entourage.

Une fois le modèle prêt, il est nécessaire d'établir les connexions entre les différents nœuds. Il y a quatre connexions qui doivent être réalisées pour le bon fonctionnement du système :

— Une connexion rigide entre le centre du trou (RP-1) et la surface qui l'entoure (Figure 8).
— Une connexion rigide entre le nœud du centre de l'extrémité de l'axe de rotation (RP-2) et la surface de l'axe qui l'entoure (Figure 9).
— Une connexion souple reliant le nœud du trou (RP-1) au nœud de l'arbre (RP-2). Une connexion entre tous les degrés de liberté sauf celui de la rotation des arbres.
— Une connexion rigide entre les noeuds représentant le positionnement des engrenages et la surface de l'arbre qui les entoure (Figure 7).

Il est important de s'assurer que toutes les connexions sont établies et que les étapes de calcul sont définies. Ensuite, il faut inclure les conditions aux limites et choisir les nœuds à retenir. La figure 6 montre les 4 nœuds à retenir ; dans ce cas, ils représentent les centres des engrenages. Une fois le calcul effectué, il est possible d'extraire les matrices de masse et de raideur réduites.

4.3 Assemblage du modèle complet

Avec la méthode de calcul dynamique des étages de réduction définie dans 2, et la méthode de réduction du carter expliquée dans 3, il est possible de représenter le modèle dynamique du système de transmission complet. On commence par définir la taille globale des matrices. Pour le modèle réduit carter-arbre, on retient 50 modes et 4 nœuds (avec 6 degrés de liberté par nœud). Cela signifie que la raideur et la masse sont chacune des matrices $N \times N$ avec $N = 50 + 4 \times 6 = 74$. Pour la matrice de masse, il n'y a aucune difficulté : la valeur de la masse $\underline{\underline{M}}_{FE}$ est la somme de la matrice de masse extraite du modèle et de l'inertie des engrenages placés dans leurs nœuds correspondants comme suit :

$$\underline{\underline{M}}_{FE} = \begin{array}{c} \uparrow \\ N_m \\ \downarrow \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \longleftarrow \; N_m \; \longrightarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} m_{11} & & & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ & \ddots & & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ & & m_{13} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ \hline m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & a_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & a_{64} & m_{65} & m_{66} \end{array}\right) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \longleftarrow \; N_r \; \longrightarrow \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \uparrow \\ N_r \\ \downarrow \end{array} + \begin{array}{c} \uparrow \\ N_m \\ \downarrow \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \longleftarrow \; N_m \; \longrightarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & & & & & \\ & \ddots & & & 0 & \\ & & 0 & & & \\ \hline & & & M_1 & & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & M_4 \end{array}\right) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \longleftarrow \; N_r \; \longrightarrow \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \uparrow \\ N_r \\ \downarrow \end{array} \tag{7}$$

où M_i est la matrice de masse de l'engrenage i avec $M_i = diag[m, m, m, I_{11}, I_{22}, I_{33}]$. La matrice de raideur a un rôle essentiel de couplage entre les arbres. Elle assure ainsi le processus d'engrènement. Elle a été présentée précédemment dans [13] :

$$\underline{\underline{K}}_{AV} = \underline{\underline{K}}_{FE} + \underbrace{k_{1,0} \underline{R}_1 \underline{R}_1^T}_{\underline{\underline{K}}_{1,2}} + \underbrace{k_{2,0} \underline{R}_2 \underline{R}_2^T}_{\underline{\underline{K}}_{1,2}} \tag{8}$$

ou les vecteurs géométriques sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \underline{R}_1^T &= [\ldots N_m \times 0 \ldots || \ldots R_{G_1} \ldots || \ldots 12 \times 0 \ldots] \\ \underline{R}_2^T &= [\ldots N_m \times 0 \ldots || \ldots 12 \times 0 \ldots || \ldots R_{G_2} \ldots] \end{aligned} \tag{9}$$

La matrice de raideur globale est donc exprimée comme suit :

$$\underline{\underline{K}}_{AV} = \left(\begin{array}{cc} \underbrace{\begin{array}{ccc} & \cdots & \\ \vdots & modes & \vdots \\ & \cdots & \end{array}}_{\text{N}} \left.\vphantom{\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}}\right\} \text{N} & \begin{array}{ccc} M & \cdots & \\ \vdots & con. & \vdots \\ & \cdots & N_i \end{array} \\ \begin{array}{ccc} M & \cdots & \\ \vdots & con. & \vdots \\ & \cdots & N_i \end{array} & \underbrace{\begin{array}{ccc} N_i & \cdots & \\ \vdots & & \vdots \\ & \cdots & N_i \end{array}}_{24} \left.\vphantom{\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}}\right\} 24 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} & \cdots & \\ \vdots & 0 & \vdots \\ & \cdots & \end{array} & \begin{array}{ccc} & \cdots & \\ \vdots & 0 & \vdots \\ & \cdots & \end{array} \\ \begin{array}{ccc} & \cdots & \\ \vdots & 0 & \vdots \\ & \cdots & \end{array} & \underbrace{\begin{array}{ccc} \underline{\underline{K}}_{1,2} & \cdots & \\ \vdots & & \vdots \\ & \cdots & \underline{\underline{K}}_{3,4} \end{array}}_{24} \left.\vphantom{\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}}\right\} 24 \end{array} \right) \tag{10}$$

où con. représente les éléments de connections entre les modes et les nœuds retenus. Ce même principe peut être appliqué pour un nombre quelconque de nœuds retenus. Ceci justifie le fait que la méthode proposée est applicable pour N étages de réduction. Néanmoins, il faut noter que si les noeuds des engrenages ne sont pas pris par ordre, il est nécessaire de faire attention à la distribution des valeurs du vecteur géométrique. Ayant la matrice de masse et de rigidité du système couplé, il est possible de calculer les valeurs propres et les vecteurs propres du système. Pour confirmer l'exactitude du calcul, les fréquences propres sont toutefois comparées à celles calculées par Abaqus pour un système couplé, non-réduit. Figure 10 montre une excellente corrélation entre les fréquences propres du système couplé

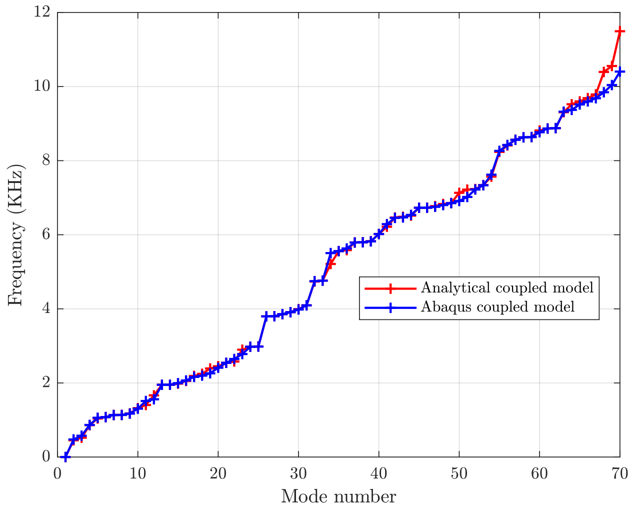

FIGURE 10 – Comparaison des fréquences propres entre un système couplé dans abaqus et le modèle d'ordre réduit

dans Abaqus et le modèle réduit. Ceci confirme donc l'exactitude du modèle réduit proposé. À ce stade, on peut dire que le système dynamique d'une boîte de vitesses complète est prêt. Il est donc possible de calculer le comportement dynamique et d'identifier la réponse du système aux excitations par l'erreur de transmission statique.

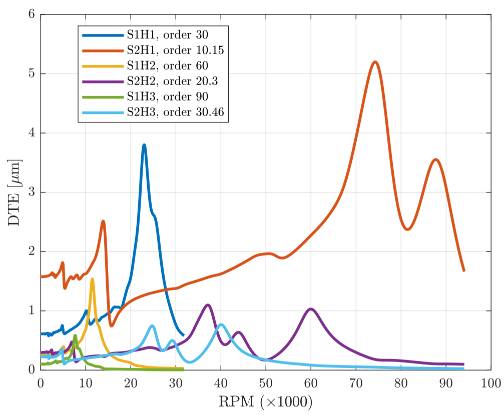

FIGURE 11 – Erreur de transmission dynamique pour un couple appliqué à l'entrée de 150 N.m

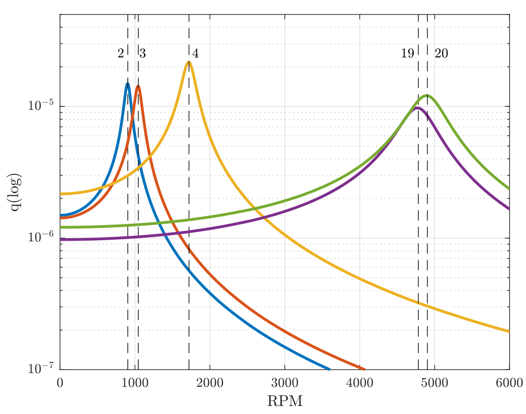

FIGURE 12 – Coordonnées modales des 5 modes les plus excités

En remplaçant les données de Fig. 3 et 4 dans Eq. 3 et Eq. 5 il est possible de calculer respectivement la valeur du DTE (Figure 11) et des coordonnés modales (Figure 12). On peut en déduire les vitesses de rotation critiques du système. En même temps il est possible de prédire les modes les plus excités : suivant Figure 12 le mode 4 qui apparaît pour une vitesse de rotation de 1800 tours/min (à l'ordre 30), est le plus excité.

5 Conclusion

Cet article décrit un modèle dunamique complet de la boîte de vitesses pour les ingénieurs et les chercheurs sans avoir besoin d'utiliser un logiciel spécialisé. Dans un premier temps, une méthode de calcul dynamique d'un système de réduction à N étages est conclue sur la base d'une méthode proposée précédemment dans [13]. Ensuite, une méthode de réduction du carter est expliquée en utilisant Abaqus. Elle permet l'extraction des matrices de raideur et de masse à intégrer dans les modèles d'ordre réduit. Tous les éléments étant prêts, les méthodes d'assemblage permettent aux lecteurs de comprendre, étape par étape, comment assurer la représentation correcte du système. La démarche proposée est ensuite appliquée sur un cas d'étude. Il est également possible d'ajouter d'autres éléments, comme des roulements, en modifiant les matrices de raideur.

Références

[1] S.Harris. *Dynamic loads on the teeth of spur gears*, Proc Inst Mech Engh, 172 :87-112, 1958.

[2] P.Velex, M.Ajami. *On the modelling of excitations in geared systems by transmission errors*, J.Sound Vib, 290 :882-909, 2006.

[3] P.Garambois, G.Donnard, E.Rigaud, J.Perret-Liaudet. *Multi-physics coupling between periodic gear mesh excitation and input/output fluctuating torques : Application to a roots vacuum pump*, J.Sound Vib, 405 :158-174, 2017.

[4] J.Perret-Liaudet, J.Sabot. *Dynamics of gears. A method for computation of cibration spectra. Proc.8th world congress IFTOMM on the theory of machines and mechanisms*, vol 1, 1991.

[5] J.Perret-Liaudet.*Etude des méchanismes de transfert entre l'erreur de transmission et la réponse dynamique des boîtes de vitesses d'automobile*, Thèse de doctorat, École centrale de Lyon, 1992.

[6] H.N.Ozgüven and D.R.Houser.*Mathematical models used in gear dynamics - a review*, J. Sound and Vib, 121, 3, 383-411, 1988.

[7] E.Rigaud, S.Jean. *Effect of elasticity of shafts, bearings, casing and couplings on the critical rotational speeds of a gearbox*, 2007.

[8] E.Rigaud, J.Sabot, J.Perret-Liaudet. *Effect of gearbox design parameters on the vibratory response of its housing*, World congress on gearing and power transmission, 1999.

[9] E.Rigaud. *Interactions dynamiques entre denture, lignes d'arbres, roulements et carter dans les transmissions par engrenages*, Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1998.

[10] M.S.Abbes, T.Fakhfakh, M.Haddar. *Gearbox vibratory analysis using carrying, coupling and slave substructures*, International journal of simulation modelling, 2005.

[11] M.S.Abbes, T.Fakhfakh, M.Haddar, A.Maalej. *Effect of transmission error on the dynamic behaviour of gearbox housing*, The International Journal of Advanced manufacturing technology, 2007.

[12] Y.Guo, T.Eritenel, T.M.Ericson, R.G.Parker. *Vibro-acoustic propagation of gear dynamics in a gear-bearing-housing system*, J.Sound and Vib, 2014.

[13] E.Abboud, A.Grolet, H.Mahe, O.Thomas. *Computation of dynamic transmission error for gear transmission systems using modal decomposition and Fourier series*, Forsch Ingenieurwes, 1-5, 2021.

[14] N.Saint-Marie. *A transmission-error-based gear dynamic model : Applications to single- and multi-mesh transmissions*, Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2016.

[15] R.C.Jr. *A review of time-domain and frequency-domain component mode synthesis methods*, Combined experimental/Analytical modeling of dynamic structural systems, DR Martiez and KA Miller, ed. AMD, 1985

[16] R.R. Craig, CC Bampton. *Coupling of substructures for dynamic analyses*, AIAA Journal, 7, 6, 1313-1319, 1968.

[17] Masta SMT, www.smartmt.com/masta. Accessed 10.02.