

Approche monolithique globale/locale à interface diffuse par intersection de maillage

Vincent Chiaruttini¹, Aurélien Vattre¹

¹ *Onera Matériaux et Structures, Université Paris-Saclay, {vincent.chiaruttini,aurelien.vattre}@onera.fr*

Résumé — Une approche alliant intersection de maillages adaptatifs et transition progressive de modèle est présentée pour la simulation numérique par éléments finis des problèmes multiéchelles en mécanique des matériaux et structures. Basée sur la génération d'une discrétisation conforme adaptée à la complexité des modèles étudiés, elle propose une alternative monolithique robuste aux nombreuses formulations globales-locales existantes. Disponible à la fois dans les codes éléments Z-set, Abaqus ou ANSYS, cette méthode est appliquée à la résolution d'un problème industriel représentatif.

Mots clés — multidiscrétisation, multimodèle, maillage adaptatif, interface diffuse.

1 Introduction

L'amélioration des performances des composants industriels repose sur de nombreux aspects, dont la meilleure compréhension des phénomènes mécaniques agissant aux échelles fines. En particulier, dans les situations où se produisent des endommagements (que ce soit suite à des sollicitations de fatigue, des surcharges ou des effets d'environnement), l'échelle habituelle, utilisée dans les démarches de conception en bureau d'étude, est trop grossière pour rendre compte des évolutions fortement non-linéaires se produisant dans des zones d'intérêt locales.

Pour répondre à cette problématique, il faut, en plus des modèles globaux sur lesquels sont appliqués les sollicitations rencontrées par les structures, des modèles aux échelles fines représentant des phénomènes physiques complexes. Cependant, l'extension à toute la structure de telles modélisations n'étant pas possible pour des raisons de coût de calcul prohibitif, il faut disposer de méthodes permettant uniquement d'enrichir les zones locales où se rencontrent ces phénomènes (à proximité de géométries complexes ou dans les parties les plus sollicitées, par exemple).

De nombreuses méthodes ont été développées ces dernières décennies sur cette thématique. Les approches dites descendantes [1] visent à traiter des problèmes locaux disposant de conditions aux limites issues de l'échelle structurelle, mais ne permettent pas de rendre compte des effets macroscopiques lors d'évolutions importantes des zones endommagées. D'autres méthodes permettent de dépasser ces limites, parmi celles-ci on peut citer : l'approche multi-modèle Arlequin [2] basée sur une répartition spatiale des modèles avec une zone de recouvrement, des méthodes non intrusives locales/globales basées sur un solveur itératif sur systèmes d'équation posés à différentes échelles [3], des approches d'homogénéisation stochastiques [4], ou des méthodes permettant l'utilisation de maillages non-conformes comme CutFEM [5], etc.

Cependant, beaucoup de ces approches partent de constats aujourd'hui discutables, ou s'imposent des contraintes bien trop restrictives par rapport aux possibilités offertes par les outils de simulation industriels. En effet, s'il est vrai que l'utilisation de modèles numériques spécifiques à des phénomènes physiques opérant à des échelles différentes nécessite en général des discrétisations en espace ou en temps qui leur sont propres, les très grands progrès des méthodes de maillage et remaillage adaptatif [6] permettent aujourd'hui d'envisager les espaces de discrétisation comme nécessairement évolutifs en fonction des besoins en précision des utilisateurs, comme pour satisfaire les conditions de convergence des schémas de résolution numériques. Dès lors, la contrainte de disposer d'approches s'imposant des discrétisations fixées, voire des interfaces non-conformes, devient dépassable, en exploitant les méthodes de discrétisation alternatives robustes disponibles. Cependant, même avec des discrétisations aux interfaces conformes, la nature du couplage entre des modèles locaux hétérogènes et des modèles globaux homo-

gènes peut produire des artefacts mécaniques non physiques à l'interface, tels que des concentrations de contraintes ou des réflexions d'ondes en dynamique.

Partant de ce constat et de l'expérience acquise sur l'utilisation de discrétisations adaptatives, une nouvelle approche, exploitant des techniques d'intersection de maillages surfaciques 2D et 3D, est introduite. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, un maillage conforme unique est généré, sur lequel il devient possible de résoudre, dans un cadre monolithique, l'ensemble des formulations sous-jacentes. Une fonction de niveau est ensuite définie, à l'intérieur de chaque zone d'intérêt, pour permettre une formulation assurant une transition progressive entre les différents modèles et limiter les artefacts aux interfaces.

La partie 2 présente l'approche développée et la partie 3 son exploitation sur un premier cas d'application.

2 Description de l'approche

La description d'un problème de référence continu représentatif est introduite, puis les grands principes de la génération d'une discrétisation conforme du problème, et enfin la formulation diffuse utilisée aux interfaces est détaillée.

2.1 Problème de référence

On s'intéresse à la résolution d'un problème multi-modèle, en évolution temporelle sur l'intervalle $t \in [0, T]$, s'appuyant sur un domaine continu Ω . Une densité d'efforts volumiques f_d s'applique sur l'intégralité du domaine, des déplacements u_d sont imposés sur la partie $\partial_u \Omega$ de la frontière extérieure et des efforts F_d sont appliqués la partie complémentaire $\partial_F \Omega = \partial \Omega \setminus \partial_u \Omega$. Le domaine est divisé en N régions non-recouvrantes (séparées par une interface Γ) telles que $\Omega = \bigcup_{1 \leq i \leq N} \Omega^i$, où sont utilisées des modèles de comportements et des formulation différentes (comme illustré avec 3 domaines distincts sur la figure 1).

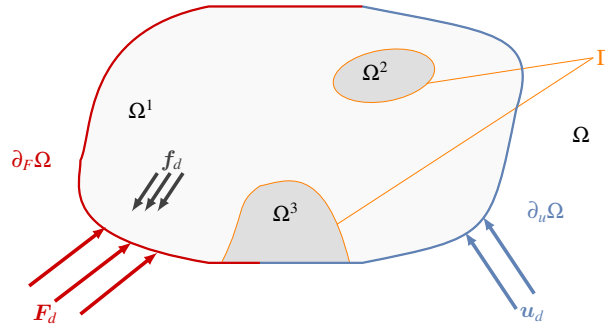


FIGURE 1 – Représentation continue d'un problème multimodèle continue à 3 sous domaines.

Pour simplifier la présentation, on considère le système soumis à de petites perturbations, avec des modèles de comportements matériaux différents entre les modèles (représentant, par exemple, un modèle de microstructure hétérogène dans les sous-domaines Ω^i pour $i > 1$ et un modèle homogène sur Ω^1). L'état mécanique est ainsi défini par la connaissance des champs de déplacement $u(M, t)$ et de contrainte $\sigma(M, t)$ en tout point $M \in \Omega$, vérifiant le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot \sigma + f_d = 0 & \text{dans } \Omega \\ \varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla^T u) & \text{dans } \Omega \\ g^i(\sigma, \varepsilon, \xi^i, t) = 0 & \text{dans } \Omega^i, 1 \leq i \leq N \\ \sigma^+ \cdot n = \sigma^- \cdot n & \text{sur } \Gamma \\ [[u]] = 0 & \text{sur } \Gamma \\ \sigma \cdot n = F_d & \text{sur } \partial_F \Omega \\ u = u_d & \text{sur } \partial_u \Omega \end{array} \right. , \quad (1)$$

où ε est le tenseur des déformations linéarisé, $g^i(\sigma, \varepsilon, \xi^i, t) = 0$ le système d'équations non-linéaires vérifié en tout point matériel du sous-domaine Ω^i , reliant l'état de contrainte, de déformation et les va-

riables internes ξ^i caractérisant le matériau, $\sigma^{+/-}$ la contrainte de part et d'autre de l'interface Γ , n le vecteur normal à une interface ou une frontière du domaine.

2.2 Génération d'une discrétisation conforme

Pour illustrer cette sous-partie et la suivante, on considère l'étude d'une aube de micro-turbine polycristalline centimétrique, sur laquelle une zone sensible a été identifiée, soumise à un chargement particulièrement intense. Dans cette zone, pour mieux comprendre comment les mécanismes de plasticité cristalline agissent en fonction de la taille caractéristique des grains, une étude paramétrique est initiée. Afin de rendre possible une telle analyse, on veut pouvoir représenter dans la zone d'intérêt une micro-structure simulacre disposant d'une taille de grains prescrite (cf. figure 2).

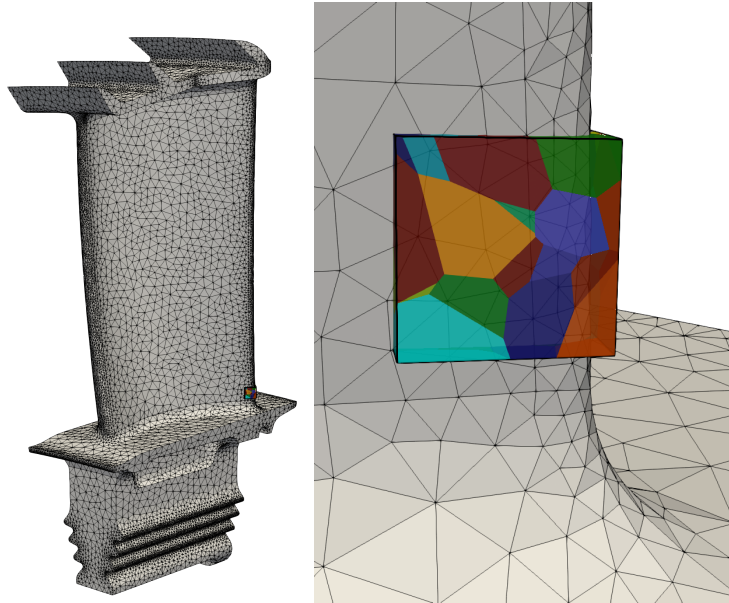


FIGURE 2 – Maillage d'une aube et d'une zone d'intérêt avec représentation d'un micro-structure simulacre locale.

Pour générer une telle discrétisation conforme, nous exploitons les techniques d'intersection de maillages surfaciques développées dans [7]. La démarche conduit à mener les opérations suivantes :

1. Extraction de l'ensemble des surfaces fonctionnelles des différents maillages (global et patches) : surfaces libres de différents domaines et surfaces frontières entre les zones où des comportements ou formulations différentes sont utilisées (typiquement les frontières entre tous les grains sur le problème représentatif).
2. Génération d'un maillage d'intersection conforme : conversion en un maillage de triangles linéaires, construction d'arbres de localisation et de connectivités dynamiques, détection géométrique des intersections et sous-triangulation conforme de chacun des éléments intersectés, détection des cas pathologiques et filtrage (cf. figure 3(a)).
3. Élimination des éléments en dehors de la zone utile (par exemple, en dehors du maillage de l'aube).
4. Remaillage adaptatif surfacique conforme avec respect de contraintes géométriques (cf. figure 3(b)).
5. Maillage puis remaillage volumique adaptatif, réassignation des zones volumiques entre les surfaces fonctionnelles.

2.3 Interfaces diffuses et limitation des artefacts non-physiques entre les sous-domaines

Une fois la discrétisation conforme obtenue, il est possible de mener directement un calcul en utilisant la formulation variationnelle discrète associée au système d'équations continue (1). Néanmoins, une

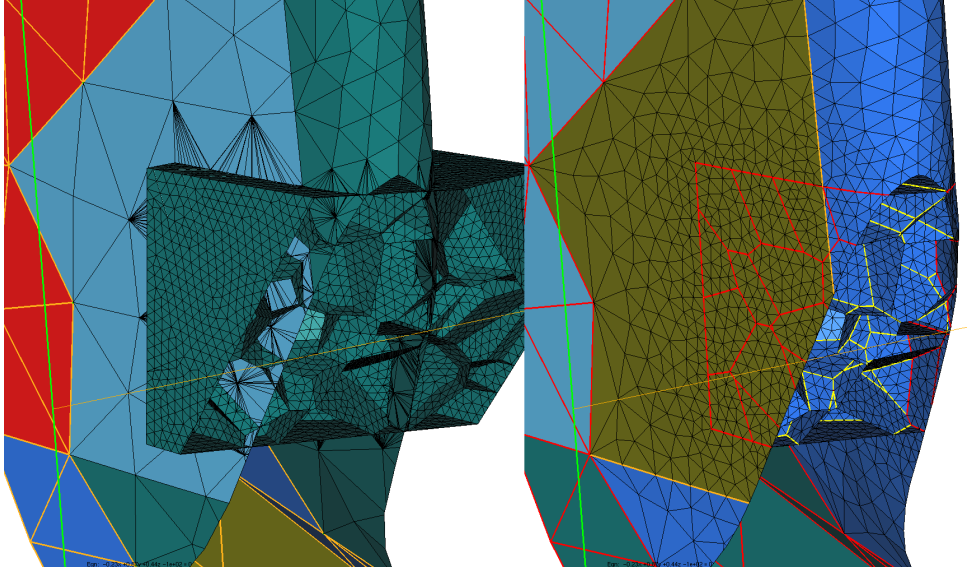


FIGURE 3 – (a) Triangulation d'intersection conforme surfacique avec représentation en coupe des surfaces fonctionnelles, à gauche, (b) maillage adaptatif surfacique conforme final, à droite.

telle résolution conduira à l'apparition d'artefacts mécaniques non-physiques au niveau de l'interface Γ . En effet, les conditions de continuité de déplacement et d'équilibre des inter-efforts, imposent des sur-contraintes d'accommodation, en particulier dans les zones anguleuses de l'interface où des concentrations de contraintes encore plus importants vont s'ajouter.

Or, la position de l'interface entre les modèles reste un choix essentiel pour ce type de modélisation, qui repose sur l'hypothèse clé que le modèle local n'y devient plus nécessaire et que le modèle global y est donc satisfaisant. On choisit de proposer une modification du modèle de comportement, à l'intérieur de chaque zone de raffinement, à l'aide d'un processus d'homogénéisation en champ moyen et d'une formulation de type Voigt, entre le modèle homogène (supposé, pour simplifier, sur le sous-domaine Ω^1) et le modèle local (sur n'importe quel autre domaine Ω^i et tel que $\Omega^i \cap \Omega^j = \{\}$ si $1 < i \leq N$), selon le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} d(M, t) = 0 & \text{sur } \Gamma \\ \alpha(r) = \frac{\min(r, r_D)}{r_D} & r_D > 0 \\ g^1(\sigma^1, \varepsilon, \xi^1, t) = 0 & \text{dans } \Omega \\ g^i(\sigma^i, \varepsilon, \xi^i, t) = 0 & \text{dans } \Omega^i, 1 < i \leq N \\ \sigma = \sigma^1 & \text{dans } \Omega^1 \\ \sigma = \alpha(d(M, t))\sigma^i + (1 - \alpha(d(M, t)))\sigma^1 & \text{dans } \Omega^i, 1 < i \leq N \end{array} \right. \quad (2)$$

où $d(M, t)$ est la distance non signée à l'interface Γ , $\alpha(r)$ une fonction de pondération affine par morceaux et r_D le rayon de diffusion.

On peut noter que la loi de comportement homogène est bien définie initialement sur l'ensemble du domaine Ω et que le surcoût induit par son calcul dans les zones d'intérêt devrait être marginal. Par ailleurs le rayon de diffusion est une grandeur qui reste à définir par l'utilisateur de la méthode, en fonction du niveau d'hétérogénéité attendu entre les modèles et de la taille de maille à proximité de l'interface (qui doit être choisie inférieure à r_D).

3 Application et validation

Pour illustrer l'efficacité de cette méthode, on l'applique à la résolution du problème présenté dans la section précédente. L'aube est soumise principalement à chargement centrifuge, un modèle de comportement élastique anisotrope est utilisé dans les grains alors qu'un comportement élastique isotrope est utilisé dans le reste de la structure. La résolution est menée sur un maillage tétraédrique quadratique possédant 1 775 787 inconnues. La figure 4 représente la fonction de pondération utilisée

dans la formulation en champs moyen ainsi que les cartographies de contrainte de Von Mises obtenues pour les formulations sans et avec pondération diffuse dans le patch local.

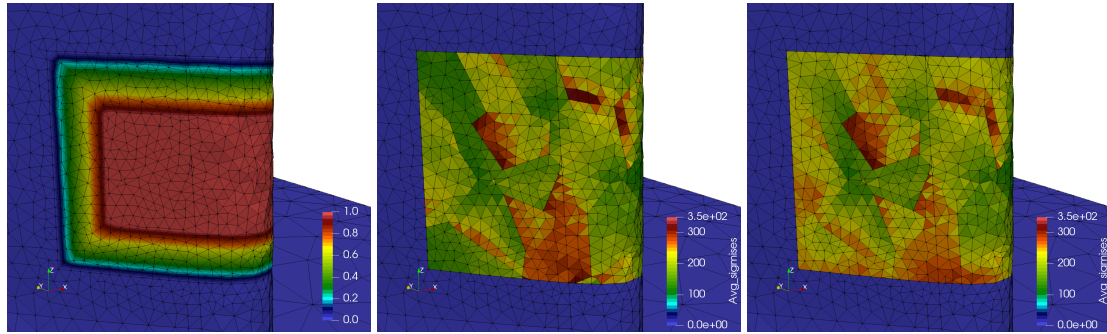


FIGURE 4 – (a) représentation des iso-valeurs de la fonction de pondération dans le patch, à gauche, (b) iso-valeurs de la contrainte de Von Mises dans le patch sans interface diffuse, au milieu, (b) iso-valeurs de la contrainte de Von Mises dans le patch avec interface diffuse, à droite.

TABLE 1 – Résultats obtenus sur les simulations réalisées.

Solveur et type de raccord	Temps de discrétisation	Temps de résolution	Contrainte de Von Mises maximale dans le patch
Mumps 12 threads sans lissage	48s	219s	380 MPa
Mumps 12 threads avec lissage	48s	319s	373 MPa
AMPFETI 24 domaines avec lissage	48s	63s	373 MPa

Pour cette première évaluation de l'approche, nous avons mené des simulations à l'aide du logiciel Z-set, sur une machine à 24 cœurs (bi-processeur Intel Xeon E5-2650 v4 @ 2.20GHz), soit en utilisant le solveur séquentiel MUMPS (nécessitant environ 35 Go de mémoire), soit en utilisant le solveur par décomposition de domaine AMPFETI [8] sur 24 sous-domaines. Les résultats rassemblés dans le tableau 1, montrent un temps de génération de la discrétisation conforme du problème multi-échelle contenu par rapport au temps de résolution séquentiel et une bonne performance des solveurs itératifs par décomposition de domaine. D'un point de vue tant quantitatif (sur la contrainte maximale de von Mises dans la zone locale) que qualitatif (sur les figures 4(a) et 4(b)), il n'est pas possible de démontrer la nécessité de la méthode de raccord diffus alors qu'elle augmente de manière assez significative le temps de calcul (+45% avec le solveur direct multithreadé dans notre mise en œuvre). Sans doute des exemples en plasticité et plasticité cristalline seraient plus problématiques au voisinage de cette interface.

4 Conclusion

Une approche basée sur la génération d'une discrétisation adaptative conforme a été développée et mise en œuvre pour traiter des problèmes multiéchelles sur des discrétisations complexes. Cette méthode robuste offre une alternative particulièrement efficace aux approches existantes, d'abord par sa grande indépendance vis-à-vis du code aux éléments finis utilisé. En effet, la génération du maillage conforme se fait en amont et seule une traduction dans le format de maillage exigé est requise. De plus, concernant la procédure l'homogénéisation aux interfaces, de nombreux logiciels du commerce, comme Abaqus, disposent déjà de ce type de formalisme, ou il reste possible d'utiliser des outils comme Z-mat dont la fonction multi-mat permet d'introduire un tel comportement en toute simplicité. Enfin, il est également possible d'associer ce type d'approche à un solveur par décomposition de domaine robuste pour traiter des problèmes multiéchelles de très grandes dimensions, en bénéficiant de l'accélération offerte par un solveur itératif de type Schur-Krylov, pas uniquement dans la résolution du problème à l'interface micro-macro.

Références

- [1] C.C. Jara-Almonte, C.E. Knight. *The specified boundary stiffness/force SBSF method for finite element subregion analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 29, 1998, p. 1567-1578.
- [2] H. Ben Dhia, G. Rateau, The Arlequin method as a flexible engineering design tool. International journal for numerical methods in engineering, 2005, 62 (11), p. 1442-1462.
- [3] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet, F. Comte, Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity. Computational Mechanics, 2009, 44 (2), p. 233-245.
- [4] D. Alves Paladim, J.P. Moitinho de Almeida, S.P.A. Bordas, P. Kerfriden, Guaranteed error bounds in homogenisation : an optimum stochastic approach to preserve the numerical separation of scales, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 110 (2), 2016, p. 103–132.
- [5] E. Burman, S. Claus, P. Hansbo, M. G. Larson, A. Massing, CutFEM : discretizing geometry and partial differential equations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2015, 104 (7), p. 472-501.
- [6] F. Alauzet, A. Loseille, A decade of progress on anisotropic mesh adaptation for computational fluid dynamics, Computer-Aided Design, Volume 72, 2016, Pages 13-39.
- [7] V. Chiaruttini, V. Riolo, F. Feyel, Advanced remeshing techniques for complex 3D crack propagation. In : ICF13. 2013.
- [8] C. Bovet, A. Parret-Fréaud, P. Gosselet, Two-level adaptation for Adaptive Multipreconditioned FETI, Advances in Engineering Software, Volume 152, 2021.