

Modélisation et identification par méthode inverse en grandes déformations - Application aux textiles prothétiques

A. Morch¹, L. Astruc, G. Dufaye¹, P. Lecomte-Grosbras¹, J.-F. Witz¹

¹ Univ.Lille, CNRS, Centrale Lille, UMR 9013 - LaMcube, Laboratoire de Mécanique Multiphysique Multiéchelle, F-59000 Lille, France

Résumé — Pour comprendre le comportement des textiles prothétiques après implantation, un matériau modèle constitué d'un silicone renforcé par un textile tricoté est étudié en traction équibiaxiale. Pour identifier le comportement mécanique de ces matériaux, deux modèles hyperélastique anisotropes en grandes déformations sont envisagés. Ils ont été implémentés dans un code EF (code_aster) et évalués sur des simulations d'essais uniaxial et biaxial. La confrontation entre la simulation numérique et les données expérimentales par une méthode inverse permettra ainsi d'identifier des propriétés mécaniques du composite en grandes déformations.

Mots clés — hyperélasticité, MFront, anisotropie.

1 Introduction

Afin de traiter le prolapsus des organes pelviens, une pathologie courante mais encore mal traitée chirurgicalement, le projet ProBioMesh vise à développer un textile prothétique résorbable. Il soutiendra les tissus natifs et restaurera les mobilités physiologiques dans les premiers temps suivant l'implantation. Une fois la cicatrisation et la colonisation par les tissus cicatriciels, le textile se doit se résorber et passer le relais à ces nouveaux tissus fonctionnalisés pour assurer les activités physiologiques. La conception de tels textiles prothétiques requiert une compréhension fine du comportement mécanique des tissus natifs, et du composite tissu natif / prothèse / tissu cicatriciel qui se forme suite à l'implantation et évolue avec la résorption du textile.

Les tissus biologiques mous sur lesquels sont placés ces textiles prothétiques sont grandement déformables. Ils sont souvent modélisés par des modèles hyperélastiques non linéaires anisotropes [3]. C'est dans ce cadre que ce travail s'inscrit : la modélisation et l'identification de l'impact d'un textile prothétique une fois implanté et colonisé par les tissus cicatriciels. Pour faciliter l'étude et la compréhension du composite biologique, un composite synthétique, constitué du textile prothétique noyé dans le plan médian d'un silicone, sert de matériau modèle [7].

Ces travaux de recherche s'orientent autour de l'implémentation et l'identification par méthode inverse des propriétés mécaniques de ce composite synthétique. Dans un premier temps, nous présentons les différentes approches envisagées pour modéliser le comportement anisotrope élastique non-linéaire en grandes déformations. La seconde partie se concentre sur l'implémentation des UMats et leurs validation dans CodeAster. Enfin, la dernière partie est consacrée à l'utilisation de ce cadre pour l'identification de paramètres matériaux par méthode inverse à partir d'un essai de traction équibiaxiale.

2 Modélisation hyperélastique anisotrope

2.1 Modèle micro-ellipsoïde

Afin de modéliser le comportement anisotrope et non linéaire en grandes déformations de ces matériaux, une approche type microsphère a été adoptée [6]. Les élastomères sont constitués d'un réseau enchevêtré de macromolécules. Les approches microsphères considèrent que la densité d'énergie globale W de l'élastomère provient des contributions de chaque macromolécule de densité d'énergie de déformation infinitésimale W_d [1].

Pour calculer la densité d'énergie macroscopique, la densité d'énergie de déformation infinitésimale

est intégrée sur la surface d'une sphère unité, voir Figure 1.

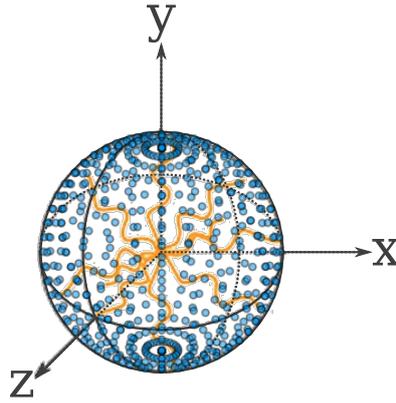


FIGURE 1 – Schéma d'intégration : chaque macromolécule contribue à la densité d'énergie globale en fonction de son orientation \vec{u}_i .

La représentation discrète de cette intégrale peut s'écrire de la manière suivante :

$$W = \sum \omega_i W_d(v_i) \quad (1)$$

avec

$$v_i = (\vec{u}_i \cdot \underline{\mathbf{E}} \cdot \vec{u}_i)^2 + 1 \quad (2)$$

avec $\underline{\mathbf{E}}$ le tenseur des déformations de Green-Lagrange, \vec{u}_i une direction unitaire sur la surface de la sphère, ω_i le poids d'intégration sur la surface de la sphère, et w_d la densité d'énergie infinitésimale. Cette densité infinitésimale dépend de la fonction de Langevin inverse : $W_d(x) = cN \left[\beta \mathcal{L}(\beta) + \ln \frac{\beta}{\sinh \beta} \right]$ avec $\beta = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{N}}\right)$. c et N correspondent respectivement à la rigidité et la limite d'extensibilité de la macromolécule.

Pour rendre la densité d'énergie anisotrope, la sphère est déformée en un ellipsoïde de révolution [2]. Le vecteur directionnel \vec{u}_i n'est alors plus un vecteur unitaire. Sa norme dépend de la géodésique de l'ellipsoïde, voir Figure 2. Dans la direction de l'axe principal de l'ellipsoïde, \vec{u} a une norme unitaire. Dans les axes mineurs, la norme de \vec{u} est égale à R qui est inférieur à 1.

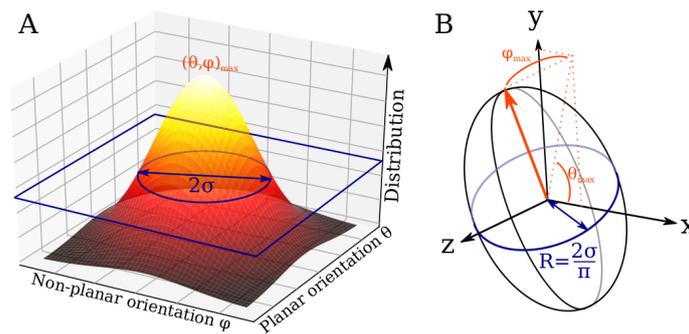


FIGURE 2 – A) Distribution gaussienne des orientations spatiales des fibres d'un échantillon isotrope transverse. B) Ellipsoïde de révolution associé : le grand axe de l'ellipsoïde est orienté dans la direction de l'orientation la plus représentée (θ, ϕ) et la longueur des petits axes correspond à la variance gaussienne σ [2].

L'intégration sur la surface de l'ellipsoïde implique que les vecteurs \vec{u}_i ne sont plus unitaire. Cela affecte directement la déformation projetée v , comme le montre la Figure 3. Comme R est inférieur à un, la longueur initiale est différente selon la direction sur la surface de l'ellipsoïde. La déformation est donc pénalisée proportionnellement aux rayons mineurs de l'ellipsoïde.

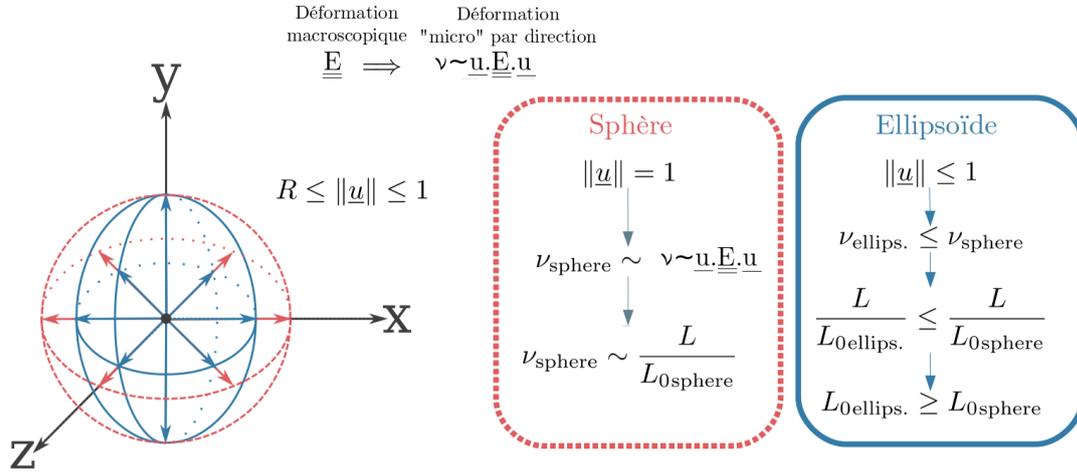


FIGURE 3 – Intégration sur la surface d'un ellipsoïde de révolution coïncident avec l'anisotropie

Ainsi à paramètres matériaux constant, c'est-à-dire que chaque macromolécule présente la même rigidité et limite d'extensibilité, le modèle est capable grâce à l'ellipsoïde de retourner une réponse anisotrope.

2.2 Modèle simplifié

L'intégration discrète doit être réalisée sur un grand nombre de directions [8, 2]. Pour la simulation, cela revient à effectuer sur chaque point de Gauss autant d'opérations qu'il y a de directions sur l'ellipsoïde, augmentant significativement les temps de calculs.

Nous proposons ici une simplification de l'approche à micro-ellipsoïde. Soit un matériau anisotrope donné, nous introduisons son ellipsoïde représentatif. Les rayons et l'angle de l'ellipsoïde dépendent de l'orientation principale et de la distribution de ces orientations. Soit \mathbf{M} la matrice de représentation de cet ellipsoïde, dont l'axe unitaire principal est orienté selon \vec{e}_a :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{pmatrix}_{\{\vec{e}_a, \vec{e}_b, \vec{e}_c\}}$$

avec $R_1 < 1$ et $R_2 < 1$ les axes mineurs. La matrice de l'ellipsoïde est facilement exprimée dans le référentiel des contraintes principales avec \mathbf{P} la matrice de changement de base correspondante :

$$\mathbf{M}_p = {}^t \mathbf{P} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{P}$$

Nous définissons une autre déformation projetée ν_M :

$$\underline{\underline{E}}_M = {}^t \mathbf{M}_P \cdot \underline{\underline{E}} \cdot \mathbf{M}_P \quad (3)$$

$$\nu_M = \underline{\underline{E}}_M : \underline{\underline{E}}_M + 1 \quad (4)$$

A partir des équations 1 et 4, la densité d'énergie de déformation s'écrit désormais sans intégration :

$$W = W_d(\nu_M) \quad (5)$$

3 Implémentation et simulation

3.1 Implémentation

Le modèle simplifié présenté précédemment a été implémenté dans Code_Aster et Abaqus grâce au logiciel MFront. Pour cela une formulation explicite numérique, au moins au sens des dérivées, doit être

au préalablement développée. MFront permet ensuite de traduire cette formulation dans les différents logiciels FEM Code_Aster et Abaqus, ces logiciels ayant été sélectionnés afin de vérifier la robustesse et la validité de notre modèle.

Toutes les simulations éléments finis ont été réalisées sur les deux logiciels, à l'aide d'éléments tétraédrique linéaire à 4 nœuds, par une méthode implicite.

3.2 Comparaison des modèles sur un cas simple : essai de traction uniaxiale

Afin de pouvoir comparer les temps de calculs des deux modèles, ils ont été évalués aux mêmes niveaux d'anisotropie. Les modèles implémentés sont comparés en terme de temps de calcul sur un essai de traction simple, en faisant varier le ratio d'anisotropie (donc le rayon de l'ellipsoïde). Il est à noter que pour chaque simulation le même nombre de « pas de temps » implicite a été employé. Le tableau 1 résume les résultats. Il apparaît que le calcul dans le cas du modèle micro-ellipsoïde est plus long que dans le cas du modèle simplifié. Cet écart de temps de calcul augmente nettement avec l'anisotropie. De plus le modèle simplifié diminue significativement le nombre d'itérations de Newton nécessaires à la convergence de chaque pas.

TABLE 1 – Temps de calcul et nombre d'itérations dans le cas isotrope transverse avec $R = R_1 = R_2$

	Temps de calcul (s) - Nb itérations de Newton		
	Isotropie $R = 1$	Anisotropie modérée, $R = 0.8$	Anisotropie forte, $R = 0.2$
Modèle micro-ellipsoïde	70 - 205	840 - 210	>1200 - ~ 1000
Modèle simplifié	<60 - 70	105 - 120	300 - ~ 400

Le modèle simplifié est donc plus rapide pour des comportements équivalents. C'est ce dernier qui sera retenu pour la simulation et le calcul éléments finis dans des cas de chargements plus complexes.

4 Application : essai de caractérisation biaxiale et recalage par éléments finis

4.1 Observations expérimentales

Le développement de ce modèle numérique vise à permettre l'identification des propriétés mécaniques de matériaux composites anisotropes dans des cas de chargements multiaxiaux.

Pour cela, un essai de traction équibiaxiale sur un silicone renforcé par un textile prothétique a été réalisé. Des plaques de composites silicone/textile sont réalisées par coulée, voir Figure 4. Un textile prothétique est placé dans le plan médian et la résine élastomère (Dragon FX-Pro, Smooth-On) est ensuite coulée dans le moule. L'éprouvette est ensuite découpée à l'emporte-pièce dans une plaque de silicone, Figure 4.

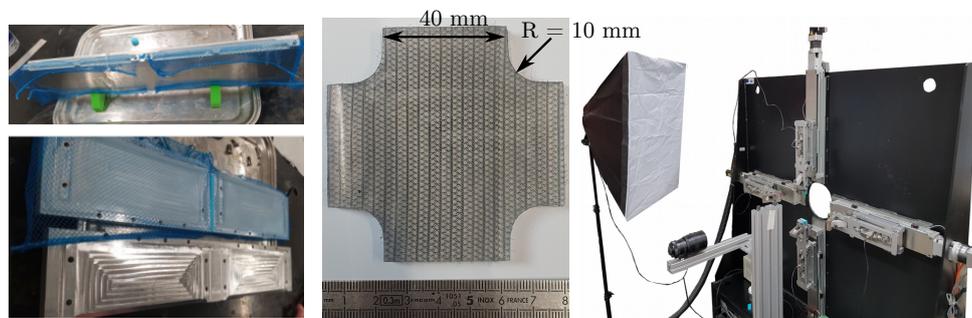


FIGURE 4 – Fabrication d'une plaque composite. Eprouvette biaxiale et montage expérimental.

La machine de traction biaxiale, développée au laboratoire, est équipée de cellules d'effort 2 kN.

Les mors sont pilotés à une vitesse de déplacement constante de 20 mm/min. Une caméra placée en face de l'échantillon enregistre des images (2 FPS). Le textile est visible à travers le silicone et fournit une texture suffisante pour accéder aux champs de déplacements et de déformations par corrélation d'images numérique.

La Figure 5 présente les résultats obtenus : le signal de force qui traduit déjà l'anisotropie de la réponse et les champs de déformations dans l'éprouvette.

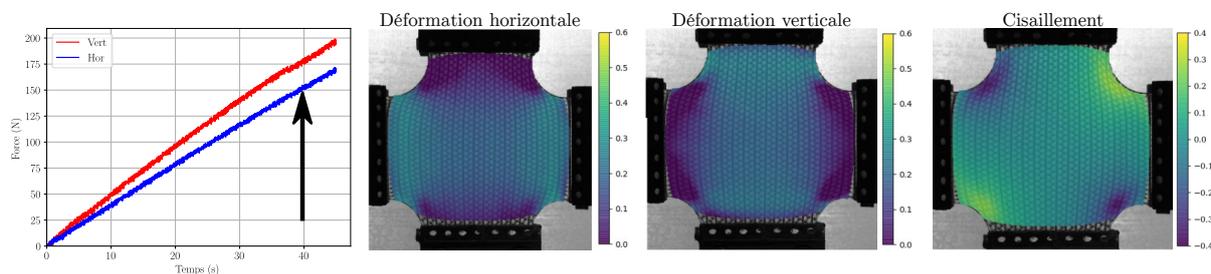


FIGURE 5 – Forces mesurées en fonction du temps et champs de déformations expérimentaux obtenus à $t = 40s$.

4.2 Simulation de l'essai biaxial

Une simulation de traction équi-biaxiale a été réalisée avec la même géométrie d'éprouvette que dans la Figure 4. Dans un premier temps, une approche directe a permis de vérifier le caractère anisotrope de la réponse et la robustesse de la simulation.

La figure 6 montre le maillage de l'éprouvette ainsi que les résultats de la simulation en terme d'isovaleurs en contraintes de Von Mises. Le caractère anisotrope du comportement est mis en évidence par l'analyse des concentrations de contraintes qui ne sont pas symétriques.

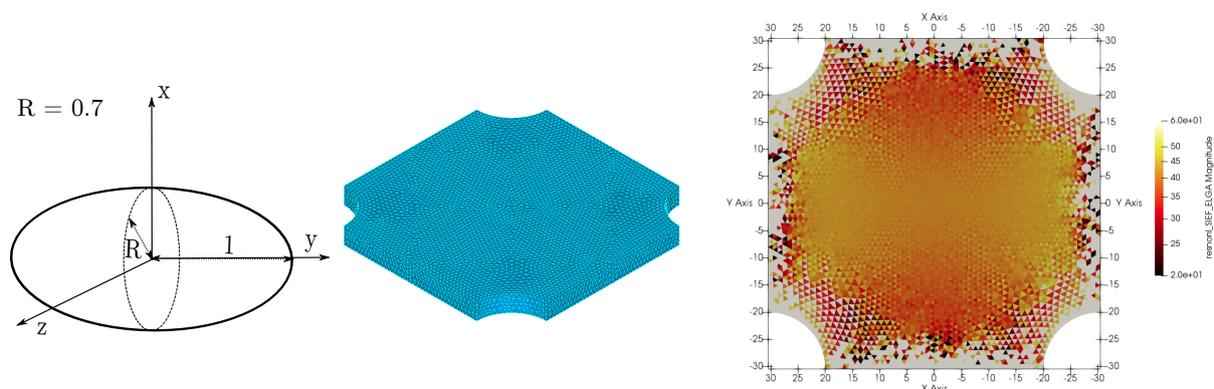


FIGURE 6 – Maillage de l'éprouvette biaxiale (gauche) et isovaleurs en contraintes de Von Mises (droite).

Les résultats intermédiaires, obtenus lors de l'implémentation des lois et de leur validation en configuration uniaxiale et biaxiale sont prometteurs. Il s'agit désormais de remonter aux propriétés du modèle par une méthode inverse et identifier c et N ainsi que les paramètres de l'ellipsoïde : orientation et rayons de l'ellipsoïde représentative du composite en confrontant les résultats expérimentaux à la simulation numérique. Cette dernière étape est pour l'instant en cours de finalisation.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Thomas Helfer pour son aide et ses conseils lors de l'implémentation des lois de comportements dans MFront présentées dans ce papier.

A. Morch et P. Lecomte-Grosbras remercient le projet PROBIOMESH, un projet Interreg France-Wallonie-Vlaanderen soutenu par le Fonds européen de développement régional pour le financement de ce travail.

Références

- [1] E. M. Arruda EM, M. C. Boyce. *A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 41(2) :389–412, 1993.
- [2] L. Astruc , A. Morch, J.-F. Witz, V. Novacek, F. Turquier, T. Hoc, M. Brieu. *An anisotropic micro-ellipsoid constitutive model based on a microstructural description of fibrous soft tissues*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 131 :56–73, 2019.
- [3] G. Chagnon, M. Rebouah, D. Favier. *Hyperelastic energy densities for soft biological tissues : A Review*, Journal of Elasticity, 129-160, 2015
- [4] EDF, Code_Aster web site, 2013. URL : <http://www.code-aster.org>.
- [5] MFront, a code generation tool dedicated to material knowledge. URL : <http://tfel.sourceforge.net/>
- [6] C. Miehe C, S. Göktepe, F. Lulei. *A micro-macro approach to rubber-like materials - Part I : The non-affine micro-sphere model of rubber elasticity*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 52(11) :2617–60; 2004.
- [7] A. Morch, L. Astruc, P. Lecomte-grosbras, D. Soulat, M. Brieu. *Modeling of anisotropic hyperelastic heterogeneous knitted fabric reinforced composites*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 127 :47–61, 2019.
- [8] E. Verron E. *Questioning numerical integration methods for microsphere (and microplane) constitutive equations*. Mechanics of Material, 89 :216–28, 2015.