

Apprentissage de graphe pour la reconstruction de l'environnement vibratoire

S. Février¹, S. Nachar², L. Mathelin¹, F. Giordano³, B. Podvin⁴

¹ Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire interdisciplinaire des sciences du numérique, 91405, Orsay, France, stephane.fevrier@cnrs.fr

² Dassault Aviation, Direction Générale Technique, 78, quai Marcel-Dassault, 92552 Saint-Cloud Cedex 300, France

³ Dassault Aviation, Direction des Essais en Vol, Base Aérienne 125, ZI le Tubé, 13800 Istres, France

⁴ Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire EM2C, 91190, Gif-sur-Yvette, France

Résumé — La caractérisation de l'environnement vibratoire d'un avion est fondamentale pour assurer la tenue des équipements embarqués. Une méthodologie de prédiction de l'énergie vibratoire en un point de la structure est présentée. Celle-ci s'appuie sur l'apprentissage d'un graphe à partir de mesures ponctuelles. Les coefficients associés au graphe sont utilisés pour reconstruire les mesures par combinaison linéaire. Cette approche est agnostique à la bande de fréquences considérée, n'utilise pas d'information physique, et fournit de meilleurs résultats qu'une régression issue de corrélations inter-capteurs.

Mots clés — environnement vibratoire, apprentissage automatique, traitement du signal sur graphe

1 Introduction

L'environnement vibratoire dans un avion correspond aux sollicitations dynamiques moyennes et basses fréquences subies par la structure et les équipements embarqués durant l'utilisation de l'appareil. Ces sollicitations peuvent être de plusieurs types (aléatoires plus ou moins large bande, sinusoïdales, etc.) et avoir plusieurs origines (interaction avec champs aérodynamiques, machines tournantes, etc.). Leur étude permet de spécifier les niveaux vibratoires que les équipements doivent être capables de supporter tout au long de leur vie. La prédiction du comportement dynamique d'un avion complet sur une plage de fréquence s'étendant jusqu'à 2000Hz nécessite des moyens et méthodes de calcul difficilement accessibles actuellement. Des essais en vol sont alors réalisés, générant un important volume de données accélérométriques à haute fréquence d'échantillonnage. Ces données peuvent être exploitées en parallèle des modèles physiques pour permettre la définition de l'environnement vibratoire de l'avion.

Un des besoins correspond à l'estimation de la mesure d'un capteur défaillant au cours d'un essai. Pour cela, il est nécessaire de pouvoir prédire l'environnement vibratoire mesuré par un accéléromètre à un instant donné à partir de l'environnement vibratoire en d'autres points de la structure au même instant.

C'est ce que propose cette approche, basée sur des méthodes provenant du domaine du traitement du signal sur graphe, permettant de représenter des données structurées de manière complexe [1]. Deux points proches spatialement peuvent être déconnectés structurellement : un graphe permet de représenter leur position dans un espace non-euclidien permettant l'identification des chemins de propagation dans la structure. Il existe un certain nombre de méthodes permettant d'apprendre un graphe [2], en se basant sur des hypothèses de signal sur graphe à bande limitée [3] ou encore sur des hypothèses de parcimonie [4]. Ici, un algorithme basé sur une hypothèse de régularité [5] est utilisé pour apprendre la structure du graphe représentant le réseau de capteurs.

Le graphe appris est ensuite utilisé pour reconstruire la mesure des accéléromètres. Un certain nombre de méthodes exploitant les propriétés des graphes existent [6], [7], mais le choix est fait ici de privilégier l'interprétabilité et la robustesse : la valeur de chaque noeud est reconstruite par une combinaison linéaire de la valeur des noeuds voisins.

La méthodologie employée pour traiter les données, apprendre le graphe, et utiliser les coefficients pour la reconstruction est détaillée dans la section suivante. Les résultats sont ensuite présentés, et la performance de reconstruction est comparée avec celle d'une méthode *ad hoc* basée sur les corrélations. Enfin, la conclusion propose des axes d'amélioration sur la méthode d'apprentissage de graphe ainsi que sur la reconstruction des signaux.

2 Méthode

Cette section détaille la méthodologie employée pour le traitement des données, l'apprentissage de graphe et la reconstruction des signaux.

2.1 Données

Les données brutes à disposition sont des mesures issues de 12 accéléromètres triaxiaux répartis de l'avant à l'arrière de la structure et ce, sur plusieurs vols d'essais d'un avion civil Dassault Aviation. L'acquisition de ces 36 paramètres est faite à une fréquence d'échantillonnage de 5000 Hz.

L'interprétation de ces mesures est faite dans le domaine fréquentiel en calculant la DSP associée (Densité Spectrale de Puissance). Pour respecter les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité nécessaires au calcul d'une DSP [8], seules les phases de vol identifiées comme palier stabilisé – où l'avion évolue dans le plan horizontal d'un mouvement rectiligne uniforme – sont considérées. Chaque spectre est ensuite représenté par son énergie dans différentes bandes de fréquences. Le découpage en bandes est similaire à un découpage en tiers d'octave, et le calcul de l'énergie est fait via la valeur RMS (*Root Mean Square*) :

$$\text{RMS}_{tp}^{(B)} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \text{DSP}(u_{tp})(f)df}, \quad (1)$$

où la valeur au palier t du paramètre p dans la bande $B = [f_1, f_2]$ est calculée à partir de la DSP de l'accélération u_{tp} . Cette discrétisation permet de représenter un spectre par l'énergie vibratoire dans chacune des bandes de fréquence, soit un vecteur de 17 scalaires dans ce cas précis. Les raies cinématiques générées par les machines tournantes peuvent passer d'une bande à l'autre au gré des variations de vitesse de rotation, et sont donc filtrées. Par conséquent, seule l'énergie vibratoire issue de sollicitations large bande telles que le champ aérodynamique est estimée.

Chaque bande fréquentielle est considérée indépendamment : la matrice $\tilde{\underline{X}}$ contient les valeurs de l'énergie de $N_p = 36$ paramètres sur $N_T = 170$ paliers dans la bande B , tel que $\tilde{X}_{tp} = \text{RMS}_{tp}^{(B)}$. L'indice B est omis dans la suite puisqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

Le signal \underline{X} utilisé pour l'apprentissage est obtenu en prenant le logarithme des données $\tilde{\underline{X}}$, comme d'usage en étude des vibrations, et en normalisant à partir des extrema de chaque capteur :

$$X_{tp} = \frac{\log_{10} \tilde{X}_{tp} - \min_t \log_{10} \tilde{\underline{X}}_{.p}}{\max_t \log_{10} \tilde{\underline{X}}_{.p} - \min_t \log_{10} \tilde{\underline{X}}_{.p}} \quad (2)$$

2.2 Apprentissage de graphe

2.2.1 Formalisme général

La problématique d'apprentissage de graphe est la suivante : étant donné une série temporelle multivariée $\underline{X} \in \mathbb{R}^{N_T \times N_p}$, l'objectif est d'apprendre une structure de graphe, soit le lien entre les différents noeuds représentant chacun un paramètre. Un signal sur graphe est noté \underline{X}_t et correspond à une ligne de \underline{X} , soit la valeur de chacun des noeuds à un instant t . Un signal temporel est noté $\underline{X}_{.p}$ et correspond à une colonne de \underline{X} , soit la valeur d'un paramètre p au cours du temps.

Une hypothèse de stationnarité du graphe est faite : il est supposé invariant pour tous les N_T signaux sur graphe. Pour chaque bande d'énergie, l'objectif est donc d'apprendre un graphe non orienté à poids positifs, défini par le triplet $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{W}\}$, où :

- \mathcal{V} est l'ensemble des noeuds tel que $\text{Card}(\mathcal{V}) = N_p$
- \mathcal{E} est l'ensemble des arêtes tel que $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$
- \mathcal{W} est l'ensemble des poids des arêtes tel que $\mathcal{W} : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$.

Un graphe peut être décrit par sa matrice d'adjacence pondérée \underline{W} , sa matrice des degrés \underline{D} , et sa matrice Laplacienne \underline{L} .

$$W_{ij} = \begin{cases} \mathcal{W}(i, j) & \text{si } (i, j) \in \mathcal{E} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

$$D_{ii} = \sum_j W_{ij} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{W}} \quad (5)$$

La matrice $\underline{\underline{L}}$ étant auto-adjointe, elle est diagonalisable dans \mathbb{R} et peut s'écrire :

$$\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Lambda}} \underline{\underline{U}}^T, \quad (6)$$

avec $\underline{\underline{U}}$ la matrice des vecteurs propres et $\underline{\underline{\Lambda}}$ la matrice diagonale des valeurs propres.

2.2.2 Apprentissage de la structure

L'algorithme détaillé dans [5] consiste à apprendre la matrice Laplacienne à partir d'une hypothèse de régularité des signaux sur le graphe. La régularité d'un signal sur graphe $\underline{\underline{X}}_t$ est quantifiée comme :

$$S(\underline{\underline{X}}_t) = \underline{\underline{X}}_t^T \underline{\underline{L}} \underline{\underline{X}}_t = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} W_{ij} (X_{ti} - X_{tj})^2. \quad (7)$$

Plus la valeur de $S(\underline{\underline{X}}_t)$ est faible, plus le signal $\underline{\underline{X}}_t$ est régulier sur le graphe considéré. Un signal est donc régulier quand les noeuds fortement connectés ont des valeurs similaires. L'objectif est d'apprendre la matrice Laplacienne $\underline{\underline{L}}$ et le signal lissé $\underline{\underline{Y}}$ via une optimisation aux moindres carrés sous contraintes de régularisation :

$$(\underline{\underline{L}}, \underline{\underline{Y}}) \in \arg \inf_{\underline{\underline{L}}, \underline{\underline{Y}}} \|\underline{\underline{X}} - \underline{\underline{Y}}\|_F^2 + \alpha \text{tr}(\underline{\underline{Y}}^T \underline{\underline{L}} \underline{\underline{Y}}) + \beta \|\underline{\underline{L}}\|_F^2, \quad s.t. \quad \begin{cases} \text{tr}(\underline{\underline{L}}) = N_P, \\ L_{ij} = L_{ji} \leq 0, \quad i \neq j, \\ \underline{\underline{L}} \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{0}} \end{cases} \quad (8)$$

où $\underline{\underline{Y}} \in \text{Vect}(\underline{\underline{U}})$, α et β sont deux hyperparamètres de régularisation positifs, et $\underline{\underline{1}}$ et $\underline{\underline{0}}$ sont les vecteurs constants unitaires et nuls. De plus, $\text{tr}(\cdot)$ et $\|\cdot\|_F$ désignent respectivement la trace et la norme de Frobenius d'une matrice.

Ce problème d'optimisation n'étant pas conjointement convexe en $\underline{\underline{L}}$ et $\underline{\underline{Y}}$, un schéma de minimisation alternée est utilisé : $\underline{\underline{Y}}$ est initialisée comme étant égale au signal observé $\underline{\underline{X}}$, et $\underline{\underline{L}}$ est déterminée via l'Eq. (9). Puis, $\underline{\underline{L}}$ est fixée et $\underline{\underline{Y}}$ est déterminée via (10). Enfin, les poids des arêtes inférieurs à 10^{-4} dans le graphe appris sont mis à zéro via un seuillage dur.

$$\min_{\underline{\underline{L}}} \alpha \text{tr}(\underline{\underline{Y}}^T \underline{\underline{L}} \underline{\underline{Y}}) + \beta \|\underline{\underline{L}}\|_F^2, \quad s.t. \quad \begin{cases} \text{tr}(\underline{\underline{L}}) = N_P, \\ L_{ij} = L_{ji} \leq 0, \quad i \neq j, \\ \underline{\underline{L}} \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{0}} \end{cases} \quad (9)$$

$$\min_{\underline{\underline{Y}}} \|\underline{\underline{X}} - \underline{\underline{Y}}\|_F^2 + \alpha \text{tr}(\underline{\underline{Y}}^T \underline{\underline{L}} \underline{\underline{Y}}). \quad (10)$$

La matrice Laplacienne $\underline{\underline{L}}$ obtenue décrit donc un graphe valable dans une certaine bande de fréquences. Pour disposer d'un point de comparaison, des graphes construits à partir des corrélations entre capteurs sont également considérés [2]. Si le coefficient de corrélation de Pearson (11) est supérieur à un seuil λ , alors les noeuds sont connectés et pondérés par la valeur de la corrélation, Eq. (12).

$$\text{corr}(\underline{\underline{X}}_{\cdot p_1}, \underline{\underline{X}}_{\cdot p_2}) = \frac{\text{cov}(\underline{\underline{X}}_{\cdot p_1}, \underline{\underline{X}}_{\cdot p_2})}{\sigma_{\underline{\underline{X}}_{\cdot p_1}} \sigma_{\underline{\underline{X}}_{\cdot p_2}}} \quad (11)$$

$$W_{ij} = \begin{cases} \text{corr}(\underline{\underline{X}}_{\cdot p_1}, \underline{\underline{X}}_{\cdot p_2}) & \text{si } \text{corr}(\underline{\underline{X}}_{\cdot p_1}, \underline{\underline{X}}_{\cdot p_2}) > \lambda \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (12)$$

2.2.3 Hyperparamètres

Dans le cas du graphe basé sur l’hypothèse de régularité, les deux paramètres de régularisation α et β sont à fixer en amont de l’optimisation. Le cas particulier $\alpha = \beta = 0$ engendre un graphe complètement connecté avec la même pondération sur toutes les arêtes. En dehors de ce cas, seul le ratio β/α a une influence significative [5]. Dans le cadre de cette étude, celui-ci est fixé à 1, avec $\alpha = \beta = 10^{-6}$.

Pour le graphe basé sur les corrélations, seul le seuil λ est à régler. Plus sa valeur est basse, plus le graphe est connecté : chaque noeud dépend alors d’un plus grand nombre de voisins. Ce seuil est fixé à $\lambda = 0.8$ pour ne pas relier les capteurs peu corrélés et obtenir les meilleures performances en prédiction.

Concernant l’apprentissage, 80% des données disponibles sont utilisées et 20% sont réservées à la validation. La séparation des données est faite via un tirage aléatoire.

2.3 Prédiction dans le graphe

Après avoir construit le graphe à partir des données, l’objectif est de reconstruire la valeur d’un noeud à partir de la valeur des noeuds associés aux autres capteurs. En faisant l’hypothèse d’un système linéaire possédant la propriété de Markov – l’information du passé n’est pas utile pour la prédiction du présent –, il est possible de reconstruire les signaux dans une certaine bande de fréquences :

$$\underline{\hat{X}} = \underline{X} \underline{W}_{\text{ajustée}}^T, \quad (13)$$

avec $\underline{\hat{X}}$ le signal reconstruit, \underline{X} le signal mesuré, et $\underline{W}_{\text{ajustée}}$ la matrice d’adjacence pondérée obtenue en imposant $W_{ij} = 0$ si i et j sont des axes d’un même capteur puis en normalisant selon les lignes.

L’évaluation de la qualité de reconstruction est faite en utilisant la métrique MALE (*Mean Absolute Logarithmic Error*) appliquée sur t instants des données dénormalisées $\underline{\tilde{X}}$:

$$\text{MALE} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \left| (\log_{10} \hat{X}_{ip} - \log_{10} \tilde{X}_{ip}) \times 100 \right|. \quad (14)$$

3 Résultats

Cette section présente les résultats obtenus, d’abord en proposant une analyse qualitative des graphes construits à partir de l’algorithme d’apprentissage, puis via l’évaluation quantitative des performances de reconstruction des signaux.

3.1 Évaluation des graphes

La Figure 1 présente les graphes associés à quatre bandes différentes représentant les quatre principaux régimes observés. La disposition horizontale des capteurs correspond à leur position le long de la structure, et la séparation verticale permet de différencier les axes d’un même capteur. L’épaisseur et l’opacité des arêtes représentent leur poids. Chaque graphe est accompagné de sa matrice d’adjacence pondérée. La numérotation des noeuds est faite selon la proximité des capteurs : si i et j sont proches, W_{ij} dénote alors le lien entre deux capteurs proches dans l’espace.

Une certaine parcimonie des connexions entre les noeuds est à souligner, et la bande de fréquences a une réelle influence sur les structures apprises. Ci-dessous, une analyse des graphes de la Figure 1 est proposée.

- La première bande fréquentielle, couvrant l’intervalle de 2 à 48 Hz, regroupe les modes globaux de structure. Le graphe obtenu, présentant des connexions entre les capteurs indépendamment de leur distance, est donc cohérent avec la physique attendue. Cela est également visible sur la matrice \underline{W} où les poids ne sont pas regroupés autour de la diagonale. Les différents axes d’un même capteurs sont quant à eux très rarement connectés.
- À l’inverse, la seconde bande fréquentielle qui s’étend de 48 à 70 Hz regroupe des modes de structure plus locaux. Les connexions sont donc beaucoup plus localisées dans la structure, où trois groupements de capteurs sont identifiés, correspondant grossièrement à l’avant, le milieu et l’arrière de l’appareil. Ce sont donc les groupes de capteurs placés dans une même zone avion qui réagissent ensemble, également identifiables dans la matrice \underline{W} .

- La bande de 662 à 810 Hz regroupe des phénomènes difficiles à caractériser. Les connexions se font majoritairement entre les axes d'un même capteur et entre capteurs proches, avec également quelques liens entre capteurs éloignés.
- Enfin, la bande allant de 1680 à 2000 Hz correspond à des excitations aléatoires résultant du champ aérodynamique. De manière encore plus marquée que pour la bande précédente, les connexions sont très localisées et se font majoritairement entre les axes d'un même capteur. Ceci se caractérise par des liens verticaux sur le graphe et par des poids très proches de la diagonale dans la matrice \underline{W} .

Donc, bien qu'aucune équation traduisant la physique n'ait été intégrée dans l'algorithme d'apprentissage, les graphes obtenus sont cohérents avec la physique connue des différentes bandes fréquentielles.

3.2 Performances de reconstruction

L'erreur absolue logarithmique moyenne MALE Eq. (14) permet d'évaluer la qualité de reconstruction de la mesure selon un axe d'un capteur à partir des valeurs des autres capteurs. Le Tableau 1 présente ainsi l'erreur moyennée sur l'ensemble des capteurs et des bandes de fréquences, en fonction de la méthode de construction des graphes et du jeu de données. Les graphes générés à partir de l'hypothèse de régularité des signaux sont significativement plus performants que ceux générés à partir des corrélations, et réduisent l'erreur de l'ordre de 40%. La différence entre l'erreur sur les données d'entraînement et de validation est quant à elle négligeable dans les deux cas.

La Figure 2 détaille ces résultats en fonction de chaque capteur et bande fréquentielle. La méthode basée sur les corrélations présente de moins bonnes performances dans les hautes fréquences que dans les basses et moyennes fréquences, phénomène qui n'apparaît pas avec la méthode basée sur la régularité. Les capteurs V1XYZ et V4X semblent être particulièrement compliqués à reconstruire, ainsi que la bande de fréquences 430-536 Hz.

Bien que certaines difficultés de reconstruction soient partagées entre les deux méthodes, celle basée sur la régularité semble beaucoup moins dépendante du capteur et de la bande de fréquences que celle basée sur les corrélations. Les bonnes performances sont à souligner au regard des incertitudes de mesure présentes dans les données.

	Corrélations	Régularité
Entraînement	7,67	4,55
Validation	7,78	4,60

TABLE 1 – MALE moyennée sur les capteurs et les bandes de fréquences en fonction de la méthode d'apprentissage de graphe et du jeu de données. La valeur la plus faible est la meilleure.

4 Conclusion

Une méthode de reconstruction de l'environnement vibratoire dans la structure par apprentissage de graphe est proposée. Elle offre de bonnes performances, notamment en comparaison avec une méthode basée sur les corrélations, et ne nécessite pas d'inclure de contraintes physiques dans l'apprentissage, bien que représentant des connexions cohérentes de ce point de vue.

Plusieurs axes d'améliorations sont envisageables. Le premier concerne l'apprentissage de graphe, qui pourrait se baser sur des hypothèses différentes, par exemple de signaux à bande limitée [3]. Les bandes de fréquences sont traitées séparément, mais pourraient être prises en compte dans un même graphe pour étudier leurs relations et potentiellement améliorer les performances de reconstruction. Enfin, de l'information physique pourrait être incluse notamment dans les hypothèses d'apprentissage, pour à terme ajouter des connexions voire des noeuds sans disposer de mesures.

Le deuxième axe d'amélioration concerne la méthode de reconstruction. L'hypothèse de linéarité pourrait être comparée à d'autres méthodes de régression, notamment celles développées spécifiquement pour les données reposant sur des graphes [6], [7].

La méthode proposée ouvre donc le champ à un certain nombre de développements, et permettrait de mener à des modèles de prédiction de l'environnement vibratoire dans la structure.

Remerciements

Ces travaux ont été réalisés avec l'aide de Dassault Aviation, à travers un financement et la mise à disposition de données d'essais en vol. Nous remercions également les ingénieurs ayant apporté leur aide dans l'interprétation des données et résultats obtenus. Enfin, nous tenons à remercier Laurent Oudre pour ses suggestions sur ce travail.

Références

- [1] D. Shuman, S. Narang, P. Frossard, A. Ortega, P. Vandergheynst *The Emerging Field of Signal Processing on Graphs : Extending High-Dimensional Data Analysis to Networks and Other Irregular Domains*, IEEE Signal Processing Magazine, IEEE, page83-page98, 2013.
- [2] X. Dong, D. Thanou, M. Rabbat, P. Frossard *Learning graphs from data : A signal representation perspective*, IEEE Signal Processing Magazine, IEEE, page38, 2019.
- [3] B. Le Bars, P. Humbert, L. Oudre, A. Kalogeratos *Learning Laplacian Matrix from Bandlimited Graph Signals*, 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2019.
- [4] H. P. Margetic, D. Thanou, P. Frossard *Graph learning under sparsity priors*, 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2017.
- [5] X. Dong, D. Thanou, P. Frossard, P. Vandergheynst *Learning Laplacian Matrix in Smooth Graph Signal Representations*, IEEE Transactions on Signal Processing, IEEE, page6160-page6173, 2016.
- [6] S. Narang, A. Gadde, A. Ortega *Signal processing techniques for interpolation in graph structured data*, 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2013.
- [7] D. Romero, M. Ma, G. B. Giannakis *Kernel-based Reconstruction of Graph Signals*, IEEE Transactions on Signal Processing Volume 65 Issue, IEEE, page764-page778, 2017.
- [8] C. Lalanne, *Vibrations et chocs mécaniques, tome 3*, Hermes Science Publications, 1999.

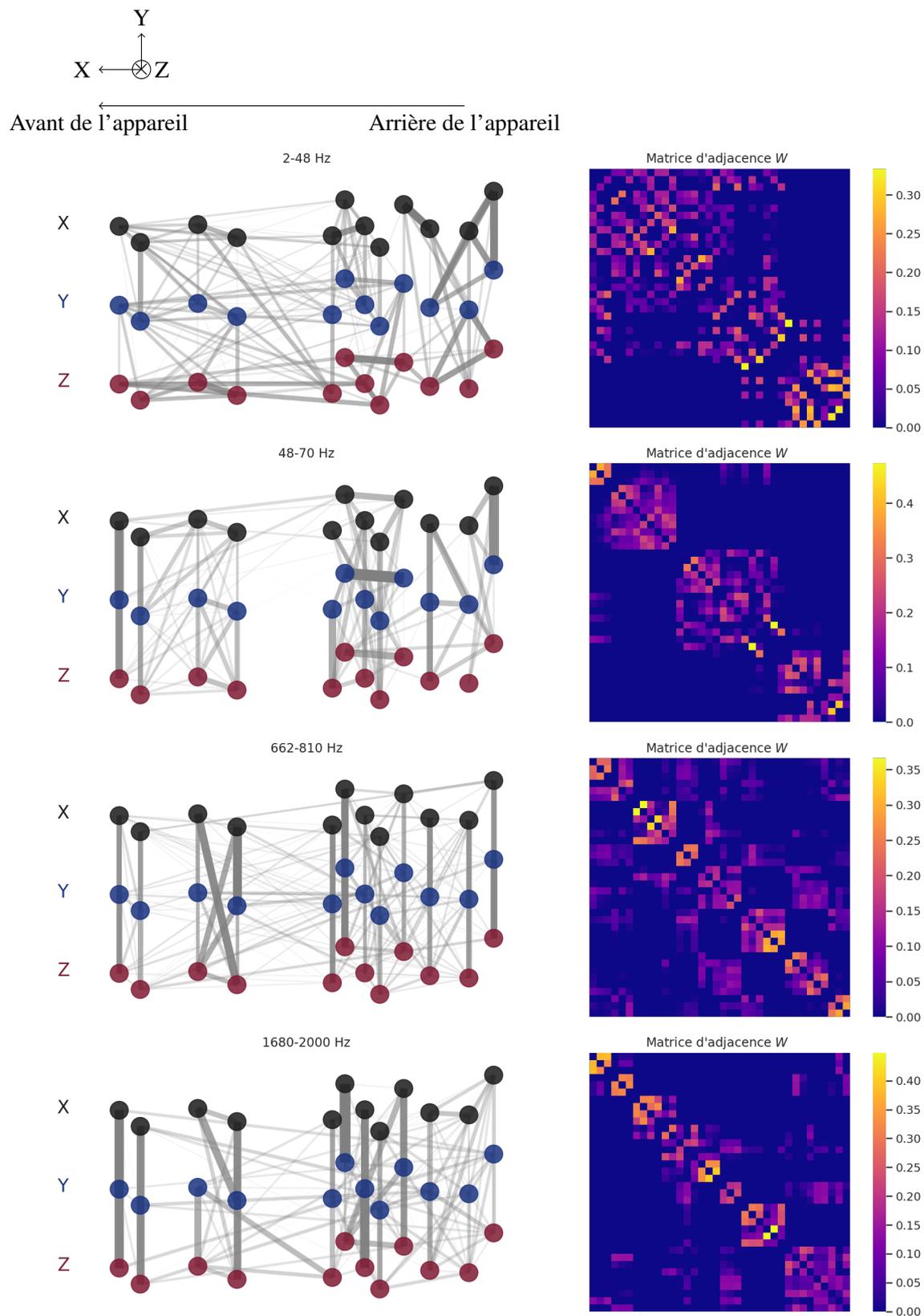


FIGURE 1 – Pour quatre bandes de fréquences différentes, graphe appris via l’hypothèse de régularité (à gauche), accompagné de sa matrice d’adjacence pondérée (à droite). Les noeuds sont disposés horizontalement selon leur position dans la structure, et les 3 axes d’un même accéléromètre sont séparés verticalement et colorés différemment. L’épaisseur et l’opacité des arêtes représentent leur poids. Dans la matrice d’adjacence pondérée, les noeuds sont ordonnés de la même manière selon leur position dans la structure, de gauche à droite.

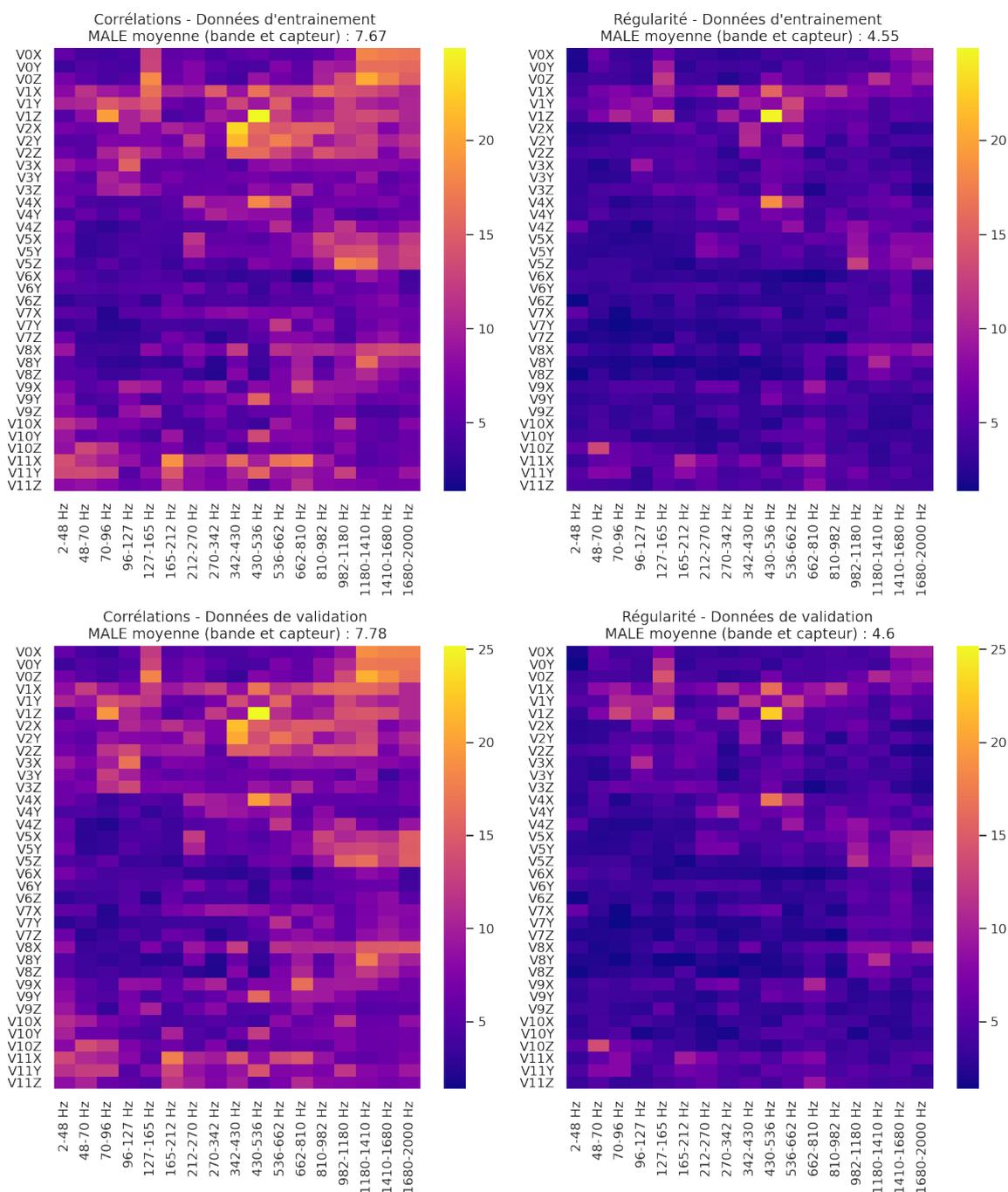


FIGURE 2 – Performance en prédiction sur les données d’entraînement (en haut) et de validation (en bas), en fonction de la méthode d’apprentissage de graphe : via les corrélations (à gauche) et l’hypothèse de régularité (à droite). La valeur la plus faible est la meilleure.