

Simulations numériques d'essais d'écaillage avec la Méthode des Éléments Discrets (MED)

L. Brémaud^{1,2,3}, J. Girardot¹, F. Malaise², J.-L. Zinszner⁴, P. Forquin³, I. Iordanoff¹

¹ Arts et Métiers Science et Technologie, 12M, UMR CNRS 5295, 33400 Talence, France

² CEA DAM Cesta, CS 60001, Avenue des Sablières, 33116 Le Barp, France

³ Laboratoire 3SR, Université Grenoble-Alpes, 1270 rue de la piscine, 38400 Saint Martin d'Hères, France

⁴ CEA DAM Gramat, BP 80200, F-46500 Gramat, France

Résumé — La MED a déjà prouvé sa faculté à modéliser le comportement de matériaux fragiles en régime quasi-statique. Cette étude démontre son potentiel pour représenter le comportement de matériaux fragiles sous sollicitations dynamiques. Les paramètres élastiques microscopiques du modèle MED d'une alumine sont calibrés *via* des essais quasi-statiques de traction uniaxiale. Le modèle est ensuite utilisé pour simuler la propagation et les interactions d'ondes générées lors d'expériences dynamiques. Les profils de vitesse mesurés lors de l'expérience et calculés avec le modèle MED sont confrontés.

Mots clés — Méthode des Éléments Discrets (MED), écaillage, fragmentation dynamique, sensibilité à la vitesse de déformation.

1 Introduction

Depuis que l'industrie a réalisé leur potentiel, les céramiques sont développées avec intérêt. Leurs propriétés mécaniques permettent de résoudre de nombreux défis dans les domaines aéronautique, aérospatial ou militaire. Leur faible densité, leur ténacité ou leur grande résistance à la compression font des céramiques des matériaux privilégiés dans la conception d'éléments de protection. Toutefois, leur faible résistance en traction peut entraîner une fragmentation prématurée, d'où les études visant à comprendre et maîtriser ces mécanismes, notamment ceux engendrés lors de sollicitations dynamiques.

La majorité des modèles numériques mis en œuvre pour étudier le comportement dynamique des matériaux fragiles utilisent la mécanique des milieux continus et la méthode des éléments finis. Ces modèles ont des difficultés pour reproduire les phénomènes de fissuration et nécessitent l'introduction d'éléments finis spécifiques comme les éléments cohésifs [6].

A contrario, la Méthode des Éléments Discrets (MED) est mieux adaptée pour traiter les discontinuités induites par la fissuration. Initialement développée pour représenter le comportement de milieux granulaires, des liaisons de type poutre de Bernoulli entre les éléments discrets ont été introduites pour traiter des milieux continus [3]. Ceux-ci sont représentés par un réseau d'éléments discrets reliés par des liens. La fissuration est ensuite représentée en définissant un critère de rupture des liens entre les éléments discrets. Cette méthode a été appliquée sur de nombreux matériaux hétérogènes, comme les roches, le béton ou le verre en régime quasi-statique [3].

L'objectif de cette étude est de proposer une approche alternative à la Méthode des Éléments Finis (MEF), une approche basée sur la Méthode des Éléments Discrets (MED), pour modéliser le comportement de matériaux fragiles comme les céramiques sous sollicitations dynamiques. Pour cela, les résultats des travaux de recherche menés par J.-L. Zinszner [1] sur l'alumine AL23 sont utilisés. La MED sera évaluée pour reproduire la propagation et les interactions d'ondes générées lors d'expériences dynamiques réalisées avec le Générateur Électrique de Pression Intense (GEPI) du CEA-Gramat. La validation du modèle MED s'appuiera sur la restitution des signaux expérimentaux, mais aussi sur la contrainte d'écaillage et la sensibilité du modèle MED à la vitesse de déformation.

2 Méthode numérique

2.1 Méthode des Éléments Discrets

Pour mettre en œuvre la Méthode des Éléments Discrets (MED), des développements sont effectués dans le code GranOO (*Granular Object Oriented*). Ce code a initialement été développé en collaboration par l'I2M (Bordeaux) et l'IRCER (Limoges). Un domaine discret se construit avec un réseau de liens et d'éléments discrets. Les éléments discrets sont sphériques et portent la masse. La mesure de la densité s'appuie sur le volume total des éléments discrets et leur masse totale. Les liens sont assimilés à des poutres de Bernoulli cylindriques, transmettant les efforts et moments de réaction. La réponse de ces poutres est définie à l'aide de paramètres élastiques « microscopiques », à savoir le module d'Young et le coefficient de Poisson. Le rayon des poutres est défini à partir du rapport du rayon des éléments discrets et celui des poutres.

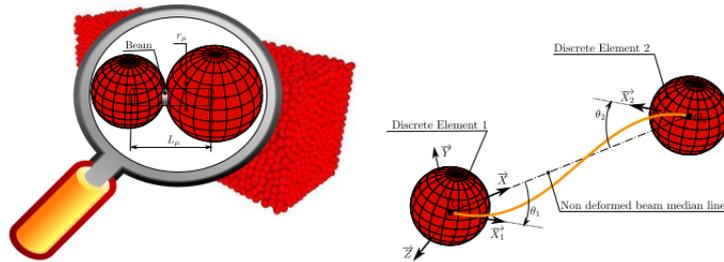


FIGURE 1 – Schéma d'un lien reliant deux éléments discrets [3].

L'approche considérée est au croisement entre un modèle granulaire et un modèle lattice. En effet, les éléments discrets, tenants du modèle granulaire, sont reliés entre eux par un réseau de poutres de Bernoulli, relevant du modèle lattice. La fissuration est initiée par un critère en contrainte basé sur les éléments discrets. Lorsque celui-ci est atteint, toutes les poutres liées à l'élément discret se cassent, modélisant ainsi le phénomène de fissuration. Le tenseur des contraintes est, quant à lui, calculé sur chaque élément discret par l'intermédiaire de l'opérateur viriel [3], en prenant en compte les efforts des poutres reliant l'élément discret avec ses voisins. Le critère de rupture est basé sur la valeur maximale des contraintes principales.

2.2 Domaine discret

Il est impératif de calibrer les paramètres matériaux microscopiques, afin de garantir la représentativité du modèle vis-à-vis des caractéristiques du matériau mesurées à l'échelle macroscopique.

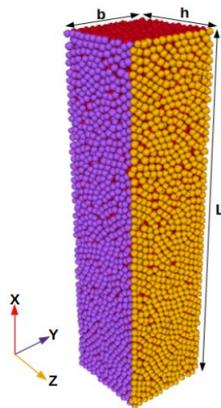


FIGURE 2 – Domaine discret.

Pour ce faire, des simulations numériques d'essais de traction simple ont été réalisées. Un domaine discret a été conçu, dimensionné tel que $L = 10 \text{ mm}$, $b = 2.5 \text{ mm}$ et $h = 2.5 \text{ mm}$ (Figure 2). Lors d'essais d'écaillage avec le moyen GEPI, les éprouvettes sont cylindriques, avec une épaisseur de 40 mm et un rayon de 60 mm. Le domaine discret, parallélépipédique, garde l'épaisseur de l'éprouvette expérimentale, mais sa section a été réduite à $S = 2.5 \times 2.5 \text{ mm}^2$, dans le but de garantir une propagation d'onde plane et d'éviter les effets de détente aux bords du domaine.

Ainsi, les faces latérales du domaine sont soumises à des conditions limites de symétrie, et le chargement est appliqué aux extrémités. Pour les essais de traction uniaxiale, le chargement est défini en déplacement aux extrémités du domaine discret (direction contraire à la normale extérieure de la face).

2.3 Calibration des paramètres microscopiques

Les paramètres physiques et mécaniques caractérisant le matériau à l'échelle macroscopique sont récapitulés dans le Tableau 1. ρ_M correspond à la densité macroscopique, ν_M est le coefficient de Poisson macroscopique, E_M est le module d'Young macroscopique et $\sigma_{c,M}$ à la contrainte à rupture macroscopique :

TABLE 1 – Tableau des paramètres matériau macroscopiques recherchés [1].

ρ_M [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	ν_M [\emptyset]	E_M [GPa]	$\sigma_{c,M}$ [MPa]
3890	0.22	360	416

La procédure de calibration consiste à simuler un essai de traction simple avec différents jeux de paramètres microscopiques jusqu'à l'obtention des paramètres matériau macroscopiques recherchés. Afin de garantir un chargement quasi-statique, la vitesse de chargement est fixée à $10 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ (Figure 3 gauche) pour garantir un déplacement croissant de manière uniforme. La qualification x_{\max} (respectivement x_{\min}) désigne la face avant (respectivement la face arrière) du domaine discret.

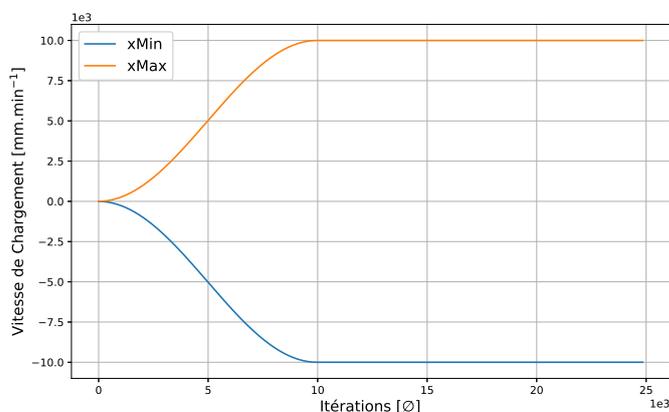


FIGURE 3 – Vitesse de chargement appliquée lors des simulations numériques d'essais de traction uniaxiale.

Des courbes contrainte-déformation sont tracées pour chaque jeu de paramètres (Figure 4). Il s'agit d'une contrainte moyenne calculée sur tous les éléments discrets présents sur la face avant et sur la face arrière du domaine discret. Les paramètres macroscopiques tels que le coefficient de Poisson et le module d'Young sont calculés en analysant les courbes contrainte-déformation entre les deux points rouges : le premier correspond au temps où la vitesse de chargement maximale est atteinte, le deuxième au temps où la première poutre est cassée dans le domaine discret. La contrainte à rupture macroscopique est quant à elle déterminée au maximum de la contrainte moyenne. Cette courbe fait apparaître le comportement fragile du matériau. Il est vérifié que le champ de déplacement dans le plan est homogène et uniforme dans les deux parties du domaine discret. La formation de fissures par rupture des liens entre éléments discrets est visualisée.

Une étude de convergence numérique a été menée pour étudier l'influence du nombre d'éléments discrets sur les paramètres macroscopiques obtenus par la MED. Les résultats de cette étude montrent qu'il est conseillé de construire un domaine composé de 85335 éléments discrets, soit des éléments discrets de rayon $50 \mu\text{m}$, pour obtenir une convergence des paramètres macroscopiques mesurés.

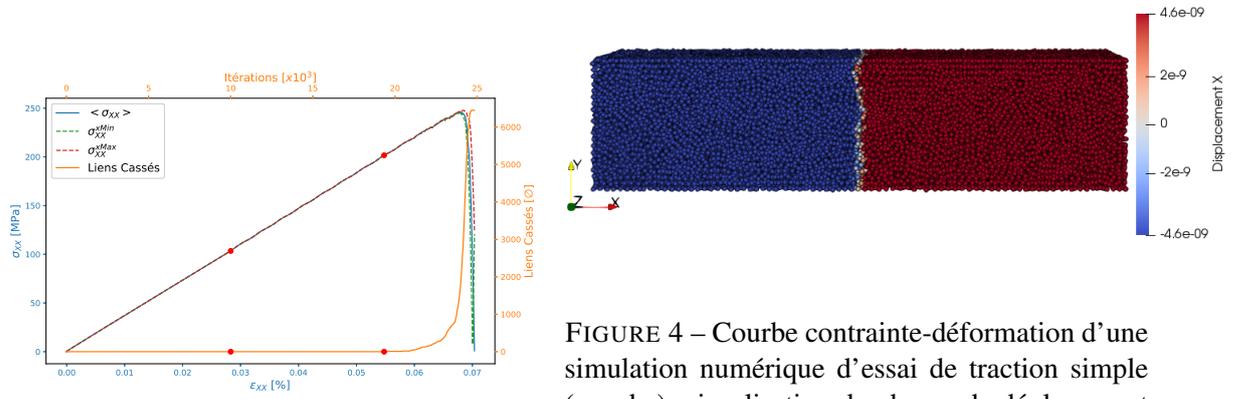


FIGURE 4 – Courbe contrainte-déformation d’une simulation numérique d’essai de traction simple (gauche), visualisation du champ de déplacement dans le domaine discret avant rupture (droite).

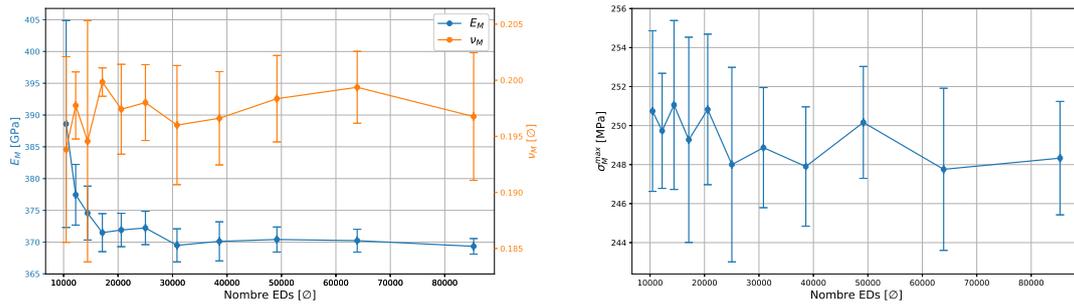


FIGURE 5 – Analyse paramétrique de l’influence du nombre d’éléments discrets dans le domaine discret sur la mesure des paramètres macroscopiques ν_M et E_M (gauche) et $\sigma_{c,M}$ (droite).

Les paramètres matériau microscopiques correspondant aux paramètres matériau macroscopiques issus de [1] sont présentés dans le Tableau 2. ρ_μ est la densité microscopique, ν_μ le coefficient de Poisson microscopique, E_μ le module d’Young microscopique et r_μ le rapport entre le rayon des éléments discrets et celui des poutres dans le domaine discret :

TABLE 2 – Tableau des paramètres microscopiques calibrés.

ρ_μ [kg.m ⁻³]	ν_μ [°]	E_μ [GPa]	r_μ [°]	$\sigma_{c,\mu}$ [MPa]
6105	0.22	2538	0.545	615

3 Simulations numériques d’essais GEPI

3.1 Principe des expériences GEPI

Le Générateur Électrique de Pression Intense est une installation du CEA Gramat de haute puissance pulsée, utilisée pour étudier le comportement dynamique des matériaux pour des vitesses de déformation comprises entre 10^3 et 10^5 s⁻¹. L’énergie électrique est stockée dans 28 condensateurs, puis libérée dans une électrode en « U ». Les deux électrodes sont séparées par un isolant, mais reliées localement par un court-circuit. Lors des essais GEPI, un fort courant électrique de 3,3 MA circule dans l’électrode, générant ainsi un champ magnétique intense. Une pression magnétique est alors appliquée de manière impulsionnelle ($\simeq 1$ μ s) par effet Laplace sur les parties haute et basse de l’électrode :

$$P_{\text{mag}}(t) = k_p \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I(t)}{W} \right)^2, \quad (1)$$

où k_p est un coefficient correcteur, μ_0 la perméabilité magnétique dans le vide, I l’intensité du courant et W la largeur des électrodes.

Un train d'ondes de compression sinusoïdales amorties se propage dans l'électrode, puis dans l'échantillon positionné à son contact. Cette onde se réfléchit en onde de détente sur la face arrière libre de l'échantillon. La réponse du matériau face à ce type de sollicitation est analysée à partir des mesures de vitesse effectuées par interférométrie Doppler laser sur la face libre des échantillons. La fissuration est due au croisement de deux ondes de détente : la première onde vient de la réflexion de l'onde de compression sur la face arrière libre de l'échantillon. La deuxième onde fait partie du train d'ondes. L'interaction des deux ondes met en traction le matériau dans une zone légèrement en retrait par rapport à la face arrière de l'échantillon.

3.2 Représentation des expériences GEPI par la MED

Le domaine discret défini pour la simulation des essais de traction quasi-statique est utilisé pour représenter les échantillons d'alumine d'épaisseur 10 mm. Les conditions limites de symétrie restent inchangées sur les faces latérales. La face arrière est considérée libre, la face avant est soumise aux chargements impulsionnels en force de la Figure 6. Les chargements en pression sont déterminés à partir des travaux de Zinszner [1] sur la modélisation des essais GEPI précédemment effectués par [2].

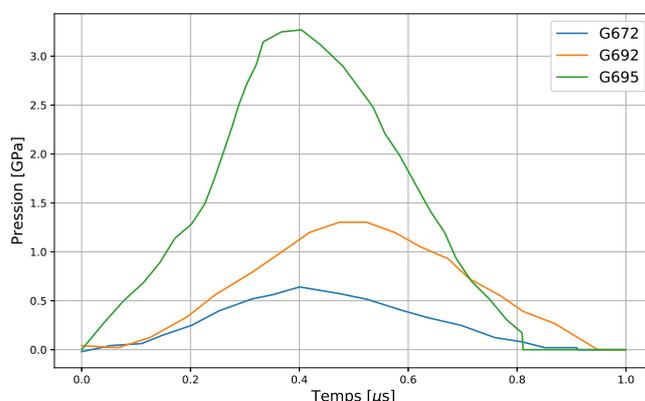


FIGURE 6 – Chargements de pression GEPI G672, G692 et G695 réalisés sur des échantillons d'alumine [2].

La modélisation du phénomène d'écaillage s'appuie donc sur différentes sollicitations dynamiques issus d'expériences.

3.3 Méthode d'estimation de la vitesse de déformation

Le comportement des matériaux céramiques sont sensibles à la vitesse de déformation [5]. La contrainte d'écaillage est constante pour de faibles vitesses de déformation et croît rapidement pour des vitesses de déformation supérieures à 10^4 s^{-1} . L'estimation de la vitesse de déformation est donc une donnée importante pour la validation du modèle MED.

TABLE 3 – Tableau récapitulatif des vitesses de déformation et des contraintes d'écaillage des essais GEPI G672, G692 et G695 expérimentaux [1].

Essais	Vitesse de déformation [s^{-1}]	Contrainte d'écaillage [MPa]
G672	4900	408
G692	13000	453
G695	21500	520

La méthode proposée s'inspire de la méthode décrite dans les travaux de Dargaud [4]. Le domaine discret a été divisé en tranches, dont l'épaisseur est égale au diamètre d'un élément discret. Pour déterminer la vitesse de déformation à l'écaillage, la position de la fissure dans le domaine discret responsable du

signal de vitesse en face arrière ainsi que le temps auquel le phénomène se produit sont mesurés. La Figure 7 représente le diagramme de marche des liens brisés dans le domaine discret au cours du temps. Par

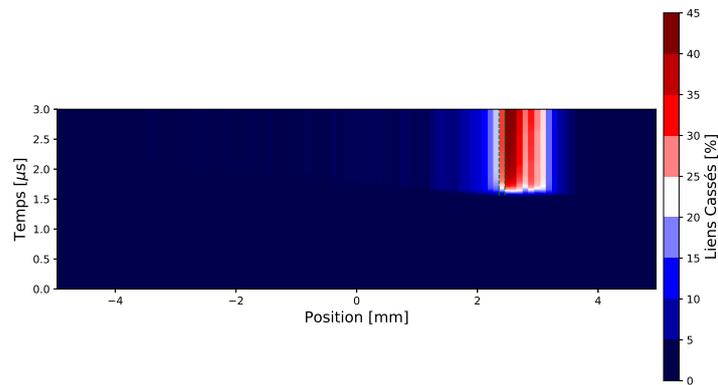


FIGURE 7 – Diagramme de marche du pourcentage de liens brisés dans le domaine discret de la modélisation par la MED de l'essai GEPI G672.

l'équation de l'épaisseur de l'écaille (Équation 2) suivante, où ΔT la variation de temps entre le premier et le deuxième pic du signal de vitesse en face arrière :

$$e_{ec} = \frac{1}{2} \Delta T \sqrt{\frac{1}{3} \frac{E_M}{(1 - 2\nu_M) \rho_M}}, \quad (2)$$

il est possible de déterminer la position de la tranche responsable du signal d'écailage en face arrière du domaine discret. La vitesse de déformation est mesurée au moment où la contrainte dans le plan (moyennée sur les éléments discrets de la tranche) atteint son maximum.

3.4 Confrontations expériences/modélisation numérique

La validation du modèle MED s'appuie sur la restitution du signal de vitesse mesuré en face arrière des échantillons d'alumine. La Figure 8 droite présente les confrontations entre les profils de vitesse mesurés et calculés pour les tirs G672, G692 et G695. Sur la Figure 8 gauche, l'évolution au cours du temps du nombre de liens cassés dans le domaine discret (orange) est également montrée.

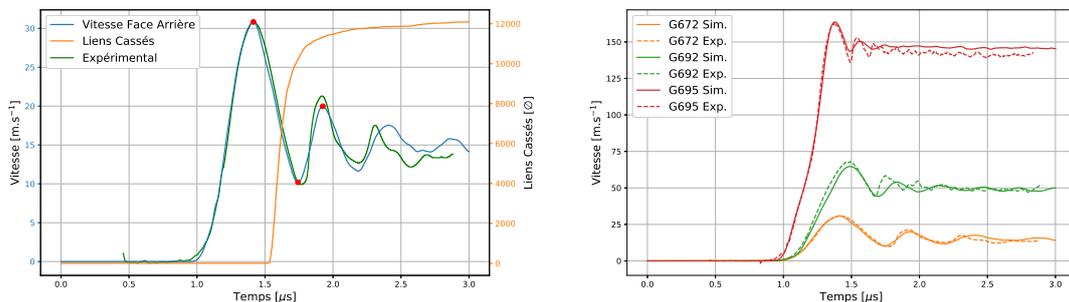


FIGURE 8 – (a) Comparaison entre le profil de vitesse mesuré lors du tir GEPI G672 (vert [2]) et la simulation numérique en MED (bleu). Le nombre de liens cassés dans le domaine discret est représenté (orange). (b) Comparaisons entre les profils de vitesse expérimentaux et numériques en face arrière pour les tirs GEPI G672 (orange), G692 (vert) et G695 (rouge).

Le signal de vitesse en face arrière correspond à un signal typique d'écailage. En effet, le premier pic correspond à l'arrivée de l'onde de compression en face arrière du domaine (Figure 9). Le matériau reste dans son domaine d'élasticité, puisqu'aucun lien n'est encore cassé. Lors de la réflexion de l'onde de

compression en onde de détente, celle-ci croise une détente présente dans le train d'ondes incident. Le croisement des deux ondes de détente génère de la traction dans le domaine discret. Dès lors, l'initiation du phénomène d'écaillage se manifeste par une évolution rapide du nombre de lien cassés dans le domaine. Lorsqu'une fissure est créée, une partie de l'onde est « emprisonnée » entre la face arrière du domaine discret et la fissure, d'où les oscillations observées sur le profil de vitesse.

Le modèle MED reproduit correctement la première partie (phase de compression) des signaux de vitesse. Cela est vérifié pour plusieurs intensités de chargement (tirs GEPI G672, G692 et G695). L'utilisation du modèle MED pour simuler la propagation d'ondes de compression et de détente dans un échantillon d'alumine avant fissuration est validée.

Les niveaux de vitesse mesurés en détente après activation de la fissuration sont aussi relativement bien restitués. La zone fissurée prévue par le calcul est également relativement proche de la zone observée expérimentalement qui se trouve à 2,1 mm de la face arrière pour le tir G672.

Le diagramme de marche du tir GEPI G672 (Figure 9) montre bien la propagation de l'onde de compression générée par le pulse de pression, ainsi que la réflexion de cette onde sur la face arrière. Le phénomène d'écaillage est lui aussi bien retranscrit, comme le montre les aller-retours d'ondes entre la face arrière et la fissure d'écaillage.

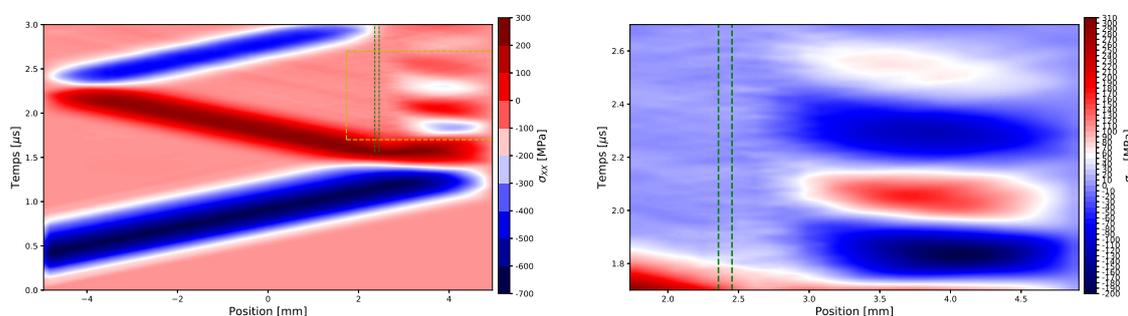


FIGURE 9 – (a) Diagramme de marche du tir GEPI G672 (gauche) et (b) agrandissement sur la zone d'écaillage (droite).

La contrainte d'écaillage mesurée avec le modèle MED est comprise entre 426 et 447 MPa (Figure 10

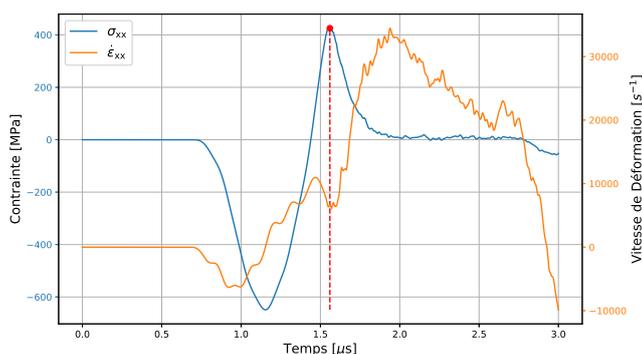


FIGURE 10 – Évolution de la contrainte moyenne dans le plan (bleu) et de la vitesse de déformation moyenne dans le plan (orange) de la tranche d'écaillage de la modélisation par la MED de l'essai G672.

et Table 4). Son évolution en fonction de la vitesse de déformation mesurée (Figure 10) est relativement stable selon les différentes conditions de chargement, ce qui est contraire aux résultats de la littérature. Le modèle MED ne semble pas être sensible à la vitesse de déformation.

Il semblerait que les conditions de rupture instantanée des poutres ne soient pas être représentatives de la réalité. En effet, la figure 8 a montré, notamment pour des vitesses de déformation élevées, que la fissuration dynamique intervient trop proche de la face arrière du domaine discret par rapport aux résultats expérimentaux. L'introduction d'une loi d'endommagement progressive est nécessaire pour reproduire une épaisseur d'écaillage semblable à l'expérience et donc pour améliorer les restitutions numériques.

TABLE 4 – Tableau récapitulatif des vitesses de déformation et des contraintes d'écaillage obtenus à l'aide des simulations numériques MED pour les tirs GEPI G672, G692 et G695.

Essais	Vitesse de déformation [s^{-1}]	Contrainte d'écaillage [MPa]
G672	6678	426
G692	18836	447
G695	49857	445

4 Conclusion

L'objectif de cette étude était d'estimer la pertinence d'un modèle MED pour reproduire le comportement de matériaux fragiles sous sollicitations dynamiques. Pour cela, des expériences dynamiques réalisées avec le moyen GEPI sur une alumine ont été choisies comme référentiel expérimental. Elles permettent d'imposer des conditions de traction à grande vitesse de déformation dans le matériau et d'observer sa réponse via la mesure de profils de vitesse et la récupération des échantillons.

Des simulations d'essais de traction en régime quasi-statique ont été réalisées pour calibrer les paramètres microscopiques du modèle MED. Ces paramètres ont ensuite été utilisés pour simuler les tirs GEPI. Les simulations numériques montrent que la MED reproduit bien la propagation et l'interaction d'ondes de compression et de détentes dans l'alumine. En effet, les confrontations expérience/modélisation numérique sont très satisfaisantes en terme de profils de vitesse et de localisation de la zone fissurée.

Les différences constatées entre expérience et calcul portent essentiellement sur la sensibilité de la contrainte d'écaillage à la vitesse de déformation qui n'existe pas dans les calculs MED. Ce problème serait dû au choix d'un modèle de rupture instantanée des poutres. Il faudrait introduire une dépendance à la vitesse de déformation du critère de rupture et un couplage progressif sur la réponse des poutres. Un modèle d'endommagement progressif dans le code GranOO, comme le modèle DFH (Denoual-Forquin-Hild) [7], pourrait enrichir l'approche MED et améliorer les restitutions des modélisations numériques.

À terme, le modèle MED associé à un modèle d'endommagement progressif permettrait de résoudre les problèmes numériques liés à la fragmentation et l'éjection de fragments lors d'impact à grande vitesse.

Références

- [1] Jean-Luc Zinszner. « Identification des paramètres matériau gouvernant les performances de céramiques à blindage ». Thèse de doctorat. Université de Lorraine, Dec. 19, 2014. 227 pp.
- [2] Benjamin Erzar et Eric Buzaud. « *Shockless spalling damage of alumina ceramic* ». *The European Physical Journal Special Topics* 206.1 (Mai 2012), pp. 71–77. issn : 1951-6355, 1951-6401.
- [3] Damien André, Jean-Luc Charles et Ivan Iordanoff. « *3D Discrete Element Workbench for Highly Dynamic Thermo-mechanical Analysis* ». ISTE et John Wiley Sons. Vol. 3. *Numerical Methods in Engineering Series*. 2015. isbn : 978-1-84821-772-0.
- [4] Marielle Dargaud. « *Experimental and numerical analysis of the failure modes induced in ceramic materials under dynamic loading* ». Thèse de doctorat. Grenoble : Université Grenoble Alpes, Apr. 23, 2021. 146 pp.
- [5] Jean-Luc Zinszner, Benjamin Erzar, et Pascal Forquin. « *Shockless Characterization of Ceramics Using High-Pulsed Power Technologies* ». *Dynamic Damage and Fragmentation*. Ed. de David Edward Lambert et al. Hoboken, NJ, USA : John Wiley Sons, Inc., Jan. 10, 2019, pp. 365–385. isbn : 978-1-119-57931-1 978-1-78630-408-7. doi : 10.1002/9781119579311.ch12.
- [6] S.M. Taheri Mousavi et al. « *Dynamic crack propagation in a heterogeneous ceramic microstructure, insights from a cohesive model* ». *Acta Materialia* 88 (Avril 2015), pp. 136–146. issn : 13596454. doi : 10.1016/j.actamat.2015.01.003.
- [7] Pascal Forquin. « *A Probabilistic Damage Model of the Dynamic Fragmentation Process in Brittle Materials* ». *Advances in Applied Mechanics*, 2010. isbn : 978-0-12-380878-3. doi : 10.1016/S0065-2156(10)44001-6.