

Modèle stochastique de transition d'échelle pour les écoulements diphasiques transitoires en milieu fibreux

A. Geoffre¹, N. Moulin¹, S. Drapier¹, J. Bruchon¹

¹ Chaire Hexcel, Mines Saint-Étienne, Université de Lyon, CNRS, UMR 5307 LGF, Centre SMS 158 Cours Fauriel 42023, Saint-Étienne, France, {a.geoffre,nmoulin,bruchon,drapier}@emse.fr

Résumé — Les procédés d'élaboration directe de matériaux composites induisent des écoulements diphasiques transitoires au sein de milieux fibreux multi-échelle. À partir de simulations par éléments finis de tels écoulements, des méthodes statistiques visant à transposer la description microscopique à l'échelle supérieure sont exposées. Dans un objectif d'homogénéisation, ce travail aborde notamment l'influence des conditions aux limites, la résultante des effets capillaires ainsi que la dynamique d'écoulement.

Mots clés — Changement d'échelle, Interface mobile, Capillarité, Simulation numérique d'écoulement, Régression par Processus Gaussien

1 Introduction

Les procédés d'élaboration directe hors autoclave pour les matériaux composites constituent une alternative aux procédés classiques dits par voie sèche permettant des gains énergétiques et économiques significatifs. Ce travail concerne plus particulièrement l'élaboration par infusion dans laquelle un renfort sec, constitué de fibres de carbone, est déposé sur un demi-moule avant d'être imprégné par une résine liquide sous l'action d'une dépression. Nous cherchons à modéliser numériquement cette étape d'imprégnation du milieu fibreux. L'imprégnation correspond à un écoulement diphasique transitoire au sein d'un milieu fibreux géométriquement complexe et multi-échelle : la pièce industrielle peut atteindre plusieurs mètres, alors qu'elle est constituée de fibres de seulement quelques microns de diamètre. Afin de transposer les informations microscopiques à l'échelle supérieure, des méthodes d'homogénéisation sont généralement utilisées. Des calculs sont alors menés sur des volumes élémentaires représentatifs (VERs) puis moyennés sur le volume afin d'établir une réponse utilisable à l'échelle macroscopique.

Ce travail fait suite à une précédente étude réalisée dans le cas simplifié d'un écoulement monophasique permanent [1]. Dans ce cadre, la notion de perméabilité, introduite dans la loi de Darcy, suffit généralement à caractériser la montée en échelle [2]. À travers une étude statistique menée sur des VERs générés aléatoirement, nous avons isolé les facteurs contrôlant ces écoulements locaux et proposé une perméabilité explicite stochastique incluant les principaux descripteurs morphologiques et l'effet du glissement de contact fluide/fibres. En conservant une approche statistique semblable, une situation plus réaliste vis à vis du procédé, dans lequel la résine liquide chasse l'air initialement contenu dans le milieu, est étudiée ici. La modélisation d'un tel écoulement diphasique transitoire à l'échelle microscopique nécessite la prise en compte des effets capillaires issus des tensions de surface. Ceux-ci entraînent une compétition avec les effets visqueux qui conditionne grandement l'écoulement observé [9, 18, 19, 20] : porosités résiduelles, chemins préférentiels d'écoulement,... Cette contribution vise à entendre ces méthodes stochastiques de transitions d'échelle pour ce type d'écoulement diphasique transitoire en s'appuyant sur les mêmes outils de simulation numérique stabilisés.

2 Méthodes

2.1 Modélisation physique

L'écoulement diphasique transitoire est modélisé par deux sous-problèmes couplés : un problème d'écoulement du fluide associé à l'évolution d'interfaces mobiles décrite par la méthode *level-set* (Fig.1). Pour le problème fluide, les équations de conservation (Éqs. 1,2) pour un écoulement visqueux incom-

pressible (i.e. équations de Stokes) sont résolues, menant à un champ de vitesse $\mathbf{v}$ et de pression p solutions :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\mu_i \Delta \mathbf{v} - \nabla p = 0 \quad (2)$$

où μ_i est la viscosité de la phase i . Les effets de tension de surface interviennent via la loi de Laplace (Éq. 3) [3] qui traduit le saut de vecteur contrainte $[[\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}]]_j$ à l'interface j :

$$[[\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}]]_j = \gamma_j \mathcal{C} \quad (3)$$

où $\mathcal{C}$ est la courbure moyenne.

La méthode *level-set* permet de localiser les phases en représentant l'interface mobile $\Gamma_{LV}(t)$ traversant le domaine de calcul [21]. L'interface $\Gamma_{LV}(t)$ est décrite par l'isovaleur zéro d'une fonction continue $\phi(\mathbf{x}, t)$ telle que $\Gamma_{LV} = \{\mathbf{x} / \phi(\mathbf{x}, t) = 0\}$. L'évolution de l'interface décrite par la fonction $\phi(\mathbf{x}, t)$ est obtenue par la résolution de l'équation de transport (Éq.4) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

avec $\mathbf{v}$, la vitesse de convection issue du problème fluide (Éqs. 1,2). Pour la suite, les grandeurs ayant une astérisque en exposant seront normalisées par leur valeur maximale. L'indice $\cdot_L$ (resp. $\cdot_V$) fera référence à la phase liquide (resp. vapeur).

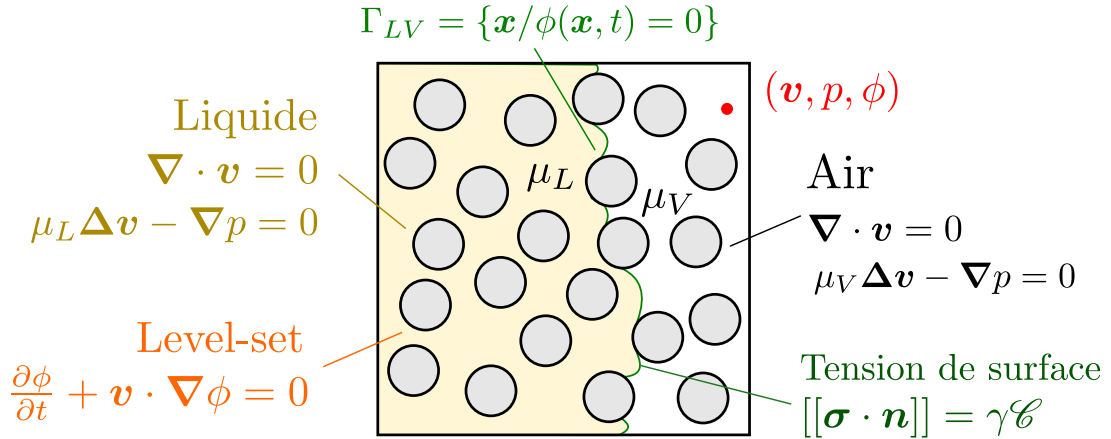


FIGURE 1 – Modélisation de l'écoulement diphasique transitoire dans une microstructure fibreuse

2.2 Modélisation numérique

Les problèmes fluide et *level-set* sont résolus numériquement par une méthode éléments finis implémentée dans le logiciel Z-Set¹ [16]. Le problème fluide se base sur une formulation mixte en vitesse/pression de type P1/P1 stabilisée par une méthode Algebraic SubGrid Scale. Le problème *level-set* est résolu par une méthode d'approximation linéaire avec une stabilisation de type Streamline Upwind Petrov-Galerkin pour la convection. Afin de s'assurer que le champ conserve les propriétés d'une fonction distance, une étape de réinitialisation dite *directe* est effectuée après la convection [12]. Les problèmes sont couplés faiblement : les problèmes fluide et *level-set* sont résolus successivement à partir d'un champ ϕ initial. Le champ de vitesse solution du problème fluide est alors injecté dans le problème *level-set* comme vitesse de convection (Éq.4). La résolution de ce dernier mène à une nouvelle configuration de l'écoulement diphasique correspondant au pas de temps suivant.

1. <http://www.zset-software.com/>

2.3 Géométries, conditions aux limites et paramètres matériaux

Les simulations numériques doivent être réalisées sur des géométries similaires aux milieux fibreux observés en pratique. Ainsi, des microstructures fibreuses ont été générées à partir de l'algorithme détaillé dans [1]. La longueur caractéristique du domaine L est telle que $L/\bar{r} = 30$ avec r , le rayon des fibres suivant une loi normale telle que $r \sim \mathcal{N}(\bar{r}, 0.1\bar{r})$ [1].

Le choix des conditions aux limites du VER est essentiel puisqu'il conditionne directement l'écoulement observé et plus particulièrement sa dynamique. Deux possibilités peuvent être envisagées : imposer un débit ou un différentiel de pression. Ces deux cas seront discutés dans la suite de l'étude. Sur les faces perpendiculaires à l'écoulement, une condition de vitesse normale nulle est imposée. Enfin, on impose une vitesse nulle sur les fibres. Ces conditions sont représentées sur un exemple de simulation d'écoulement en Fig.2. Les valeurs des propriétés physiques utilisées ici sont basées sur des mesures expérimentales [6] et sont indiquées en Tab. 1. Un taux volumique de fibres intermédiaire a été choisi pour illustrer les méthodes.

TABLE 1 – Propriétés physiques

V_f	μ_L (Pa.s)	μ_V (Pa.s)	γ_{SL} (N/m)	γ_{SV} (N/m)	γ_{LV} (N/m)
0.5	2.76×10^{-3}	1.71×10^{-5}	54.7×10^{-3}	25.9×10^{-3}	50.8×10^{-3}

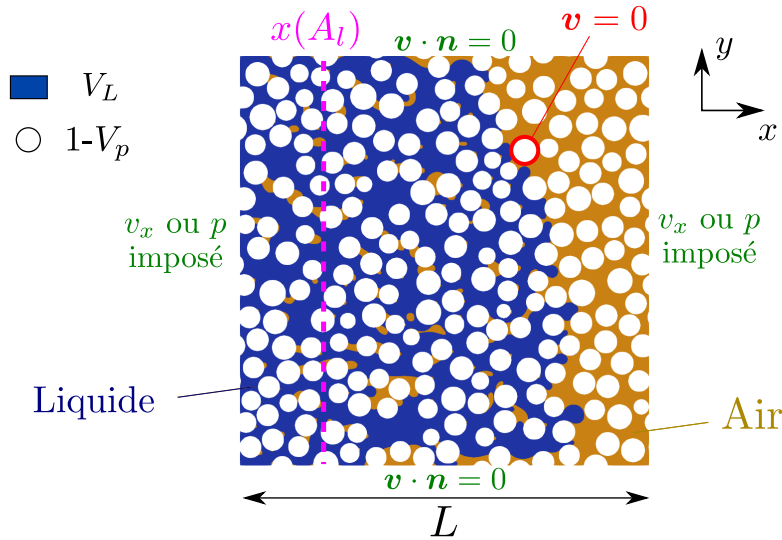


FIGURE 2 – Exemple de simulation et conditions aux limites

2.4 Méthodes de montée en échelle

2.4.1 Pression capillaire résultante

Le phénomène de tension de surface induit une discontinuité du champ de pression à l'interface liquide-vapeur (Éq. 3). Cette discontinuité, généralement nommée *pression capillaire*, constitue une force motrice qui participe au mouvement du fluide. Dans un contexte d'homogénéisation, il faut alors établir une contribution résultante P^{cap} pouvant caractériser l'action capillaire à une échelle macroscopique [7, 10].

Deux méthodes peuvent être envisagées. La première consiste à mesurer directement la pression capillaire en calculant le saut de pression moyen à l'interface liquide-vapeur Γ_{LV} [7] (Éq.5). Le problème peut aussi être approché via la courbure de l'interface [11]. De façon similaire, la résultante macroscopique est obtenue en intégrant le saut de pression sur l'interface (Éq.6). Cette seconde approche nécessite le calcul de la courbure de l'interface, ce qui peut s'avérer délicat compte-tenu du coût numérique induit et/ou du choix d'approximation de la fonction ϕ [23]. Dans ce travail, les composantes continues de l'interface Γ_k , avec $\Gamma_{LV} = \bigcup_k \Gamma_k$, sont d'abord isolées. Pour chacune, un lissage est effectué grâce à une

régression par processus gaussien [4]. En considérant l'interface Γ_k décrite par un arc $(x_k(s), y_k(s))$ où s est l'abscisse curviligne, on réalise un apprentissage sur les relations $s \mapsto x_k(s)$ et $s \mapsto k(s)$ pour aboutir à l'interpolation de l'arc [15]. Les deux approches présentées seront comparées dans la suite de l'étude.

$$P_1^{cap} = \langle |p_L - p_V| \rangle_{\Gamma_{LV}} \quad (5)$$

$$P_2^{cap} = \gamma \langle \mathcal{C} \rangle_{\Gamma_{LV}} \quad (6)$$

où $\langle \cdot \rangle_{\Gamma_{LV}} = \frac{1}{|\Gamma_{LV}|} \int_{\Gamma_{LV}} \cdot dS$ désigne l'opérateur de moyenne surfacique sur Γ_{LV} .

2.4.2 Saturation

On cherche maintenant à décrire l'état du milieu, à chaque instant, à l'aide de grandeurs représentatives de l'écoulement. Celles-ci doivent à la fois porter une information globale, afin d'être aisément transposables à l'échelle supérieure, mais aussi localisées, pour pouvoir caractériser l'écoulement de façon plus fine. La définition de telles grandeurs est délicate dans le contexte d'un écoulement diphasique transitoire dans lequel l'interface liquide/vapeur peut être très fragmentée.

La saturation S_L décrit la proportion de liquide dans l'espace poral :

$$S_L = \frac{V_L}{V_p} \quad (7)$$

où V_L est le volume de liquide et V_p , le volume poral. Il s'agit de la grandeur la plus naturelle pour réaliser une transition d'échelle pour un écoulement transitoire diphasique [17]. La saturation peut être calculée à chaque pas de temps pour caractériser la dynamique de l'écoulement.

Néanmoins, cette grandeur ne donne pas d'information spatialisée, ce qui la rend limitée en terme de description d'écoulement. On choisit alors d'étudier la saturation linéique $s_L(A)$ associée à une section A . De façon analogue, $s_L(A)$ est définie comme la proportion de liquide au sein de l'espace poral offert par la section A . L'évolution temporelle de cette grandeur permet alors de caractériser la dynamique locale de l'écoulement.

2.4.3 Probabilité de présence du front d'écoulement

On cherche à caractériser le mouvement de l'interface liquide-vapeur Γ_{LV} . Au cours de la simulation, on observe que cette interface peut être décomposée en une partie au comportement transitoire $\mathcal{P}_1$, et au comportement établi $\mathcal{P}_2$, soit $\Gamma_{LV}(t) = \mathcal{P}_1(t) \cup \mathcal{P}_2(t)$.

La partie $\mathcal{P}_1$ constitue le front mobile de l'écoulement. La seconde partie $\mathcal{P}_2$ correspond à la zone diphasique stable qui s'établit arrière du front, autrement dit aux porosités résiduelles observées. On considère le front d'écoulement $\mathcal{P}_1$ qui, pour des nombres capillaires suffisamment grands (i.e. $Ca > 10^{-5}$), se déplace macroscopiquement dans le sens du débit imposé. Ce front est composé de nombreux morceaux d'interface non-contigus et s'étend macroscopiquement sur une certaine largeur. Nous considérons alors la position du front mobile comme la réalisation d'une variable aléatoire I . Dans le cas de la Fig.2, on peut définir I comme :

$$I \sim \{x / (x, y) \in \mathcal{P}_1\} \quad (8)$$

La distribution de cette variable aléatoire permet alors de décrire la probabilité de présence de l'interface mobile observable à l'échelle supérieure. Dans le cadre d'un écoulement diphasique transitoire au sein d'un milieu géométriquement complexe et dans une perspective d'homogénéisation, adopter une telle approche stochastique peut être plus pertinent que d'utiliser les méthodes déterministes classiques, tout en permettant de rendre compte de la taille caractéristique de cette interface diffuse.

3 Résultats

3.1 Conditions aux limites et dynamique d'écoulement

Imposer un débit ou un différentiel de pression induit des dynamiques écoulements différentes (Fig. 3). Lorsqu'un différentiel de pression est imposé, les grandeurs de montée en échelle suivent généralement la racine carrée du temps [9]. En outre, la vitesse moyenne chute alors de plusieurs ordres de

grandeur entre le début et la fin de l'écoulement, proportionnellement à la différence de viscosité entre la phase liquide et vapeur. Cela entraîne un contrôle difficile du régime d'écoulement, caractérisé par le nombre capillaire Ca :

$$Ca = \frac{\mu_L \bar{v}}{\gamma_{LV}} \quad (9)$$

où $\bar{v}$ est la vitesse moyenne. Plus généralement, la non-linéarité de la réponse pose certaines questions quant à la possible définition d'un VER, vis à vis notamment de la dépendance à la taille du système. Pour des nombres capillaires suffisamment élevés, imposer un débit mène à une dépendance temporelle linéaire des grandeurs de transitions d'échelle (Fig.3). En effet, la condition aux limites impose un déplacement du fluide globalement constant à chaque pas de temps. Il en résulte une vitesse d'écoulement beaucoup plus stable et, par conséquent, un régime d'écoulement beaucoup plus contrôlé. De plus, comme expliqué précédemment, ce comportement linéaire est beaucoup plus en accord avec la définition usuelle d'un VER. Pour la suite de l'étude, un débit tel que $Ca \approx 10^{-2}$ sera imposé.

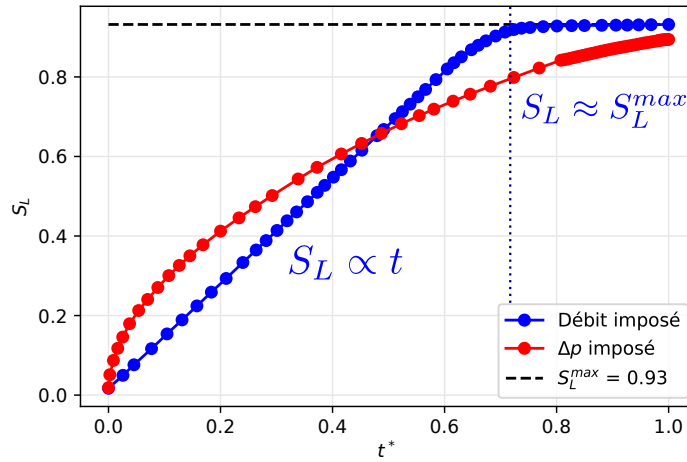


FIGURE 3 – Exemple de simulation et conditions aux limites

3.2 Montée en échelle

3.2.1 Saturation

Il a déjà été remarqué que la dynamique d'écoulement suivait une tendance temporelle linéaire lorsqu'un débit est imposé [9] (Fig. 3)

$$S_L(t) \propto t \quad (10)$$

La pente de la droite $S_L = f(t)$ est fonction du nombre capillaire et de la densité de fibres. Lorsque le fluide a envahi l'entièreté du volume, la courbe converge vers une valeur S_L^{max} inférieure à 1 correspondant à la porosité résiduelle observée. Cette donnée permet de caractériser macroscopiquement le régime diphasique permanent qui s'établit à l'arrière du front d'écoulement. Le fait qu'une saturation unitaire ne soit pas atteinte peut mettre en défaut les modélisations monophasiques classiquement employées pour décrire la phase d'imprégnation.

La saturation par section $s_L(t; x(A_I))$ a ensuite été analysée pour différentes sections A_I d'abscisse $x(A_I)$. Son évolution tracée en Fig.4 montre une tendance en sigmoïde qui atteint la saturation maximale de la section $s_L^{max}(x(A_I))$ [22]. La moyenne des $s_L^{max}(x(A_I))$ correspond à la saturation globale maximale S_L^{max} . Le temps de transition Δt^* de la courbe nous renseigne sur le temps nécessaire pour atteindre un régime permanent, qui sera décrit macroscopiquement par S_L^{max} .

3.2.2 Probabilité de présence du front d'écoulement

Le régime transitoire est maintenant caractérisé par la distribution d'interface mobile issue de la réalisation d'une variable aléatoire I . On constate que, pour chaque pas de temps, la distribution décrit

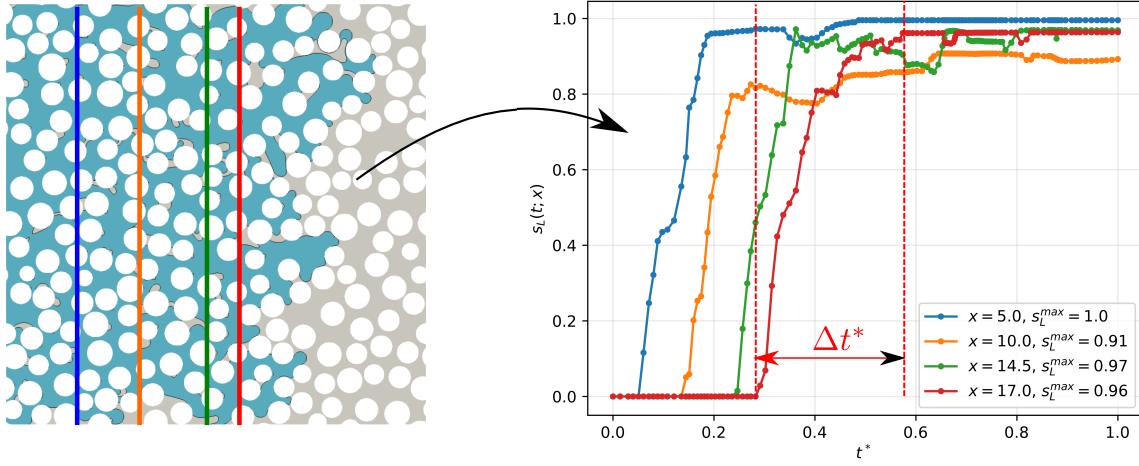


FIGURE 4 – Évolution temporelle de la saturation par section pour différentes abscisses

une loi gaussienne. Une distribution des abscisses du front d'écoulement est représenté en Fig. 5.b. On écrit alors :

$$I(t) \sim (\mu(t), \sigma(t)) \quad (11)$$

où $\mu(t)$ et $\sigma(t)$ décrivent la moyenne et l'écart-type de la distribution au temps t . Physiquement, la moyenne peut être interprétée comme la position de l'interface la plus probable à l'échelle macroscopique. L'écart-type peut être considéré comme la pertinence de localiser l'interface à $\mu(t)$ mais aussi comme une longueur caractéristique du régime transitoire. Cette dernière correspond à la largeur du front de saturation et nous informe également sur la séparation d'échelle dans le processus d'homogénéisation : un milieu dont la taille est plus petite que cette longueur ne peut être représenté par un milieu homogène équivalent. Il correspond ici à environ $12\bar{r}$ pour les données retenues (Tab.1).

L'évolution temporelle de $\mu(t)$ et $\sigma(t)$ est étudiée. La moyenne de la gaussienne évolue linéairement dans le temps, ce qui est cohérent avec les courbes de saturation (Fig.5). L'écart-type de la distribution croît avant de converger vers une valeur. Des analyses plus poussées de ces grandeurs doivent encore être réalisées.

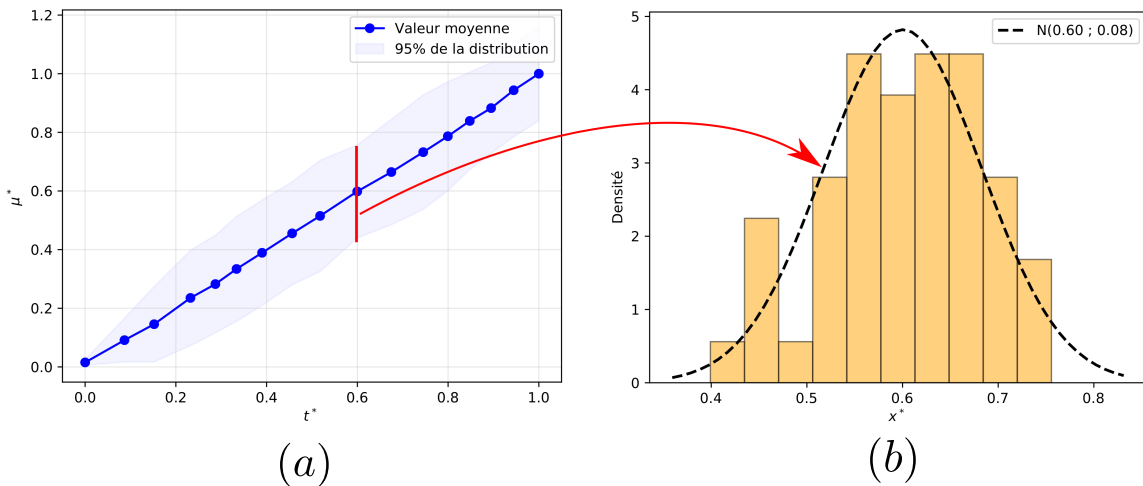


FIGURE 5 – Distribution de position pour le front d'écoulement : (a) évolution temporelle, (b) exemple de distribution pour $t^* = 0.6$

3.3 Pression capillaire résultante

La pression capillaire résultante est évaluée à partir des deux méthodes décrites précédemment. Leur évolution temporelle est représentée en Fig.6. Dans les deux cas, les courbes de pression capillaire convergent vers des valeurs proches [10]. Il faut noter que, pour les deux méthodes, des valeurs aberr-

rantes élevées tendent à biaiser le calcul de moyenne (Éq.5, 6). Ainsi, en pratique, on choisit de prendre la médiane des distributions afin de limiter l'impact des effets de bords et obtenir une valeur plus représentative.

Les valeurs asymptotiques sont cohérentes avec les rares résultats expérimentaux établis spécifiquement pour des renforts composites [13] : l'intervalle de confiance pour la pression capillaire transverse est représenté en Fig.6. Les valeurs de pression capillaire résultante pourront être finalement utilisées à l'échelle macroscopique pour décrire une contrainte capillaire résultante [14].

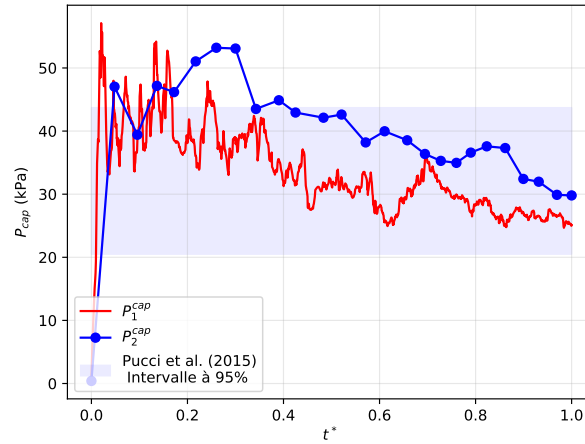


FIGURE 6 – Évolution temporelle de la pression capillaire résultante : confrontation des méthodes et comparaison aux résultats expérimentaux

4 Conclusion

La modélisation des procédés d'élaboration directe de matériaux composites mène à la simulation d'écoulements diphasiques transitoires en milieux fibreux. Ces écoulements ayant lieu dans un milieu multi-échelle, il est nécessaire de développer des méthodes permettant de transposer les résultats microscopiques à une échelle macroscopique.

Dans une optique de changement d'échelle, la saturation permet à la fois de caractériser la dynamique d'écoulement et les porosités résiduelles. La saturation peut aussi être décrite par section pour analyser la dynamique locale et le temps nécessaire à atteindre le régime permanent. Ce dernier sera décrit davantage dans les résultats à venir. Les effets capillaires ont ensuite été traités de deux manières différentes : de façon directe à partir de la discontinuité du champ de pression à l'interface, et en se basant sur la courbure de l'interface en utilisant la régression par processus gaussiens pour assurer une double dérivation numérique correcte. Les premiers résultats montrent que les deux approches sont en accord entre elles mais aussi avec les mesures expérimentales.

Ce travail a permis d'exposer des méthodes qui semblent permettre une description macroscopique complète de l'écoulement simulé. Les grandeurs macroscopiques introduites seront ensuite étudiées afin d'explicitier leur dépendance vis à vis de V_f ou Ca avec une approche statistique issue de la génération aléatoire de VER. Une telle approche nécessitera la définition d'un VER, ce qui peut être délicat dans le cadre d'un écoulement transitoire diphasique.

Références

- [1] A. Geoffre, M. Ghestin, N. Moulin, J. Bruchon, S. Drapier. *Bounding transverse permeability of fibrous media : a statistical study from random representative volume elements with consideration of fluid slip*. International Journal of Multiphase Flow, 143, 103751, 2021.
- [2] H. Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : exposition et application...* Victor Dalmont, 1856.
- [3] J. Bruchon, Y. Liu, N. Moulin. *Finite element setting for fluid flow simulations with natural enforcement of the triple junction equilibrium*. Computers & Fluids, 171, 103-121, 2018.

- [4] C. E. Rasmussen. *Gaussian processes in machine learning*. In Summer school on machine learning (pp. 63-71). Springer, Berlin, Heidelberg, 2003.
- [5] P. Kunz, I. M. Zarikos, N. K. Karadimitriou, M. Huber, U. Nieken, & S. M. Hassanizadeh. *Study of multi-phase flow in porous media : comparison of SPH simulations with micro-model experiments*. Transport in Porous Media, 114(2), 581-600, 2016.
- [6] M. F. Pucci, P. J. Liotier, S. Drapier. *Tensiometric method to reliably assess wetting properties of single fibers with resins : Validation on cellulosic reinforcements for composites*. Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects, 512, 26-33, 2017.
- [7] S. Konangi, N. K. Palakurthi, N. K. Karadimitriou, K. Comer, U. Ghia. *Comparison of pore-scale capillary pressure to macroscale capillary pressure using direct numerical simulations of drainage under dynamic and quasi-static conditions*. Advances in Water Resources, 147, 103792, 2021.
- [8] A. S. Ambekar, P. Matthey, V. V. Buwa. *Pore-resolved two-phase flow in a pseudo-3D porous medium : Measurements and volume-of-fluid simulations*. Chemical Engineering Science, 230, 116128, 2021.
- [9] I. D. Patiño, C. Nieto-Londoño. *Boundary element techniques for multiscale filling simulations in dual-scale fibrous reinforcements using two lumped approaches*. Computational Mechanics, 1-44, 2021.
- [10] M. Starnoni, D. Pokrajac. *On the concept of macroscopic capillary pressure in two-phase porous media flow*. Advances in Water Resources, 135, 103487, 2020.
- [11] S. Whitaker. *Flow in porous media II : The governing equations for immiscible, two-phase flow*. Transport in porous media, 1(2), 105-125, 1986.
- [12] M. Shakoor, B. Scholtes, P. O. Bouchard, M. Bernacki. *An efficient and parallel level set reinitialization method—Application to micromechanics and microstructural evolutions*. Applied Mathematical Modelling, 39(23-24), 7291-7302, 2015.
- [13] M. F. Pucci, P. J. Liotier, S. Drapier. *Capillary wicking in a fibrous reinforcement—orthotropic issues to determine the capillary pressure components*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 77, 133-141, 2015.
- [14] K. Andriamananjara, N. Moulin, J. Bruchon, P. J. Liotier, S. Drapier. *Numerical modeling of local capillary effects in porous media as a pressure discontinuity acting on the interface of a transient bi-fluid flow*. International Journal of Material Forming, 12(4), 675-691, 2019.
- [15] A. Madra, P. Breitskopf, A. Rassineux, F. Trochu. *Image-based model reconstruction and meshing of woven reinforcements in composites*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 112(9), 1235-1252, 2017.
- [16] L. Chevalier, J. Bruchon, N. Moulin, P. J. Liotier, S. Drapier. *Accounting for local capillary effects in two-phase flows with relaxed surface tension formulation in enriched finite elements*. Comptes Rendus Mécanique, 346(8), 617-633, 2018.
- [17] S. M. Hassanizadeh, W. G. Gray. *Thermodynamic basis of capillary pressure in porous media*. Water resources research, 29(10), 3389-3405, 1993.
- [18] Y. Fu, X. Yao, X. Gao. *Micro-mesoscopic prediction of void defect in 3D braided composites*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 147, 106450, 2021.
- [19] X. Guo, R. Liu, J. Wang, S. Shuai, D. Xiong, S. Bai,..., X. Wang. *3D actual microstructure-based modeling of non-isothermal infiltration behavior and void formation in liquid composite molding*. Applied Mathematical Modelling, 94, 388-402, 2021.
- [20] V. Rougier, J. Cellier, M. Gomina, J. Bréard. *Slip transition in dynamic wetting for a generalized Navier boundary condition*. Journal of Colloid and Interface Science, 583, 448-458, 2021.
- [21] S. Osher, R. P. Fedkiw. *Level set methods and dynamic implicit surfaces* (Vol. 153, pp. xiv+-273). New York : springer, 2003.
- [22] S. Gueroult, A. Lebel-Lavacry, C. H. Park, L. Bizet, A. Saouab, J. Bréard. *Analytical modeling and in situ measurement of void formation in liquid composite molding processes*. Advanced Composite Materials, 23(1), 31-42, 2014.
- [23] J. Bruchon, D. Pino-Muñoz, F. Valdivieso, S. Drapier. *Finite element simulation of mass transport during sintering of a granular packing. Part I. Surface and lattice diffusions*. Journal of the American Ceramic Society, 95(8), 2398-2405, 2012.