

Corrélation d'images volumiques assistée par des modèles basés sur les images pour la mesure de champs cinématiques à l'échelle de la micro-architecture de matériaux cellulaires

Ali Rouwane^{1,2}, Robin Bouclier^{2,1}, Jean-Charles Passieux¹, Jean-Noël Périé¹

¹ ICA, Université de Toulouse, CNRS/INSA/ISAE/Mines Albi/UPS, {ali.rouwane, jean-noel.perie}@univ-tlse3.fr, passieux@insa-toulouse.fr

² IMT, Université de Toulouse, UPS/UT1/UT2/INSA/CNRS, bouclier@insa-toulouse.fr

Résumé — La mesure volumique de champs cinématiques à de faibles échelles dans les matériaux cellulaires reste encore un défi, du fait de la piètre définition des images et du déficit de texture à cette échelle. Nous proposons ici une méthode qui permet d'accéder à la cinématique à l'échelle sub-cellulaire. Il s'agit d'un algorithme de corrélation d'images régularisé faiblement avec de la mécanique élastique linéaire en utilisant des modèles avancés basés sur les images. La méthodologie est aussi performante dans le cadre où la cinématique est induite par le comportement non-linéaire des cellules (plasticité, flambage) et ouvre la voie à de l'assimilation de données pour les matériaux à l'échelle de l'architecture. **Mots clés** — Recalage d'images, régularisation, modèle basé sur les images, matériaux cellulaires.

1 Introduction

Le développement de l'imagerie volumique, en particulier la micro tomographie par rayons X (ou μ -CT), ouvre de nouveaux horizons pour l'assimilation de données en mécanique des matériaux. D'une part, les images volumiques reconstruites révélant l'architecture interne du matériau sont utilisées pour construire des modèles basés sur les images (*Digital Image-Based (DIB) models*) [1, 2, 3, 4]. Cela initie la construction d'un jumeau virtuel dans le sens où la géométrie réelle et spécifique à l'échantillon à l'échelle micro est incorporée dans la simulation. D'autre part, en utilisant des machines d'essai *in situ* ainsi que des algorithmes de mesure cinématique sophistiqués tels que la Corrélation d'Images Numériques (CIN) (ou plus précisément, la Corrélation Volumique (CV) en 3D), il est possible d'évaluer les effets du chargement sur la déformation interne du matériau à différentes échelles [5, 6]. Il est alors tentant de profiter de telles mesures pour valider et mettre à jour les propriétés des matériaux constitutifs des modèles DIB en liant essais et simulations [7]. Une telle démarche pourrait donc conduire à un jumeau numérique mécanique dans le sens où il intègre le comportement réel, spécifique à l'échantillon, d'un point de vue à la fois géométrique et mécanique.

Typiquement, les matériaux d'intérêt dans cette étude sont des matériaux de type cellulaire, comme par exemple les mousses métalliques ou polymères, les os spongieux, le bois, ou encore les matériaux issus de la fabrication additive tels que les structures lattices. À titre d'illustration, une image d'une microstructure de mousse à cellules fermées polyméthacrylimide Rohacell-51 obtenue par μ -CT est fournie en Figure 1. Les paramètres d'acquisition et la taille de l'échantillon sont tels que la résolution de 6 microns par voxel conduit à seulement 3 voxels en moyenne dans l'épaisseur d'une travée. Nous pouvons voir que les travées n'exhibent pas de texture. De toute façon, avec une telle résolution, on ne serait même pas en mesure de voir un mouchetis sous-cellulaire, même s'il existait.

Avec de telles microstructures, nous sommes confrontés à un paradoxe : l'échelle des constituants se confond avec celle de la texture, alors que la texture doit être définie à une échelle inférieure. Ce problème a conduit les utilisateurs de la CV à considérer des imagerie (dans le cas de la CIN local [5]) ou des éléments finis (dans le cadre la CIN global [6, 7]) de très grande taille par rapport à la micro-architecture du matériau. Les champs cinématiques (en particulier de déformation) obtenus avec de tels choix sont donc associés à une échelle méso (ou même macro) qui est homogénéisée par rapport à l'échelle de l'architecture du matériau. L'absence de texture à plus petite échelle empêche de considérer des fenêtres ou éléments plus petits, et donc d'accéder à des mesures plus résolues.

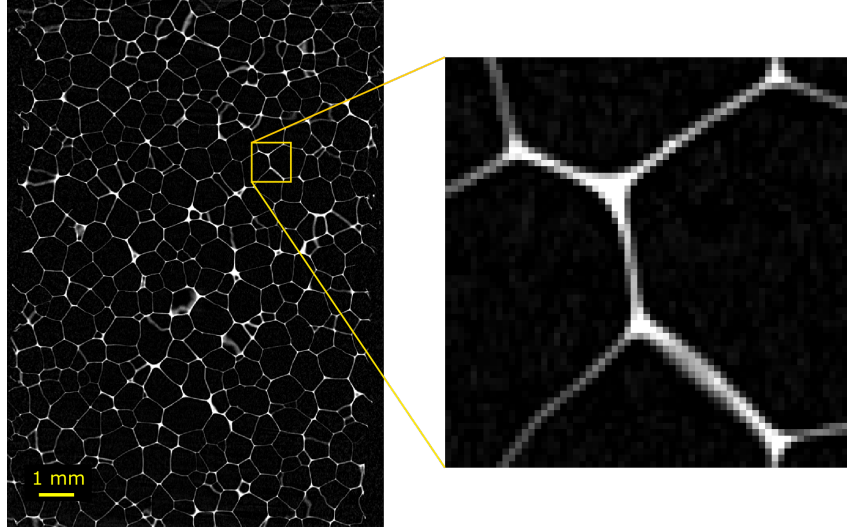


FIGURE 1 – Image d’une microstructure de mousse à cellules fermées polymétacrylimide Rohacell-51 obtenue par micro-tomographie aux rayons X. La taille du voxel est égale à $6\mu\text{m}$ et les travées des cellules sont définies par seulement 2 à 3 pixels dans l’épaisseur.

Cette barrière technique qui empêche d’effectuer des mesures à l’échelle sous-cellulaire représente aujourd’hui l’un des plus grands défis en CV. Pour la première fois, nous proposons une méthode qui brise cette barrière et augmente la résolution de mesure malgré l’absence de texture. Il s’agit d’une méthode CIN régularisée faiblement avec la mécanique [8, 6, 9] en utilisant des modèles avancés basés sur les images [3, 4]. Ces modèles sont représentatifs de l’architecture du matériau. Nous avons donc appelé notre méthode "Architecture-Driven Digital Image Correlation Technique (ADDICT)" [10]. Cette technique introduit une séparation d’échelles au-dessus de laquelle la CIN est dominante (pour suivre le mouvement des frontières des cellules) et en dessous de laquelle elle est assistée par une modélisation élastique locale basée sur l’image. Nous montrons que la méthode peut estimer des champs de déplacement et de déformation locaux complexes avec des images basse définition sans texture, et ce même pour des régimes non-linéaires tels que le flambement local ou la plasticité.

2 La méthodologie ADDICT

La méthode proposée s’appuie sur des recherches portant sur la CIN-EF [11, 12, 13], la régularisation mécanique faible du problème [8, 6, 9], et la modélisation mécanique basée sur les images [3, 4]. Cette section présente les principaux ingrédients de la méthode.

2.1 Fondement : CIN régularisée faiblement avec la mécanique

La CIN consiste à trouver la transformation cinématique inconnue qui conserve les niveaux de gris entre des images d’un échantillon de matériau prises à différents pas de chargement. Plus précisément, étant donné deux images montrant deux configurations d’un échantillon de matériau (notons ici f l’image du matériau au repos et g l’image après déformation), la CIN entreprend de résoudre l’équation de conservation des niveaux de gris [14] au sens des moindres carrés :

$$u^* = \arg \min_{u \in V} S(u) = \arg \min_{u \in V} \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(f(x) - g(x + u(x)) \right)^2 dx, \quad (1)$$

où $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ est la région d’intérêt (ROI) et x définit les coordonnées de n’importe quel point de la ROI. Le champ de déplacement inconnu est recherché dans V qui est un espace généré par un ensemble de fonctions de base :

$$u(x) = \mathbf{N}(x)\mathbf{u}, \quad (2)$$

où $\mathbf{N}(x)$ est la matrice des fonctions de forme considérées et $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{nddl}$ est le vecteur des degrés de liberté (ddl) inconnus. La CIN globale, c’est-dire en utilisant pour $\mathbf{N}(x)$ les fonctions de base éléments finis

(EF) classiques (ou splines [15, 16, 17]) issues de la simulation, est considérée dans ce travail car c'est le point de départ pour régulariser la CIN en utilisant une connaissance mécanique de la solution. Ces approximations de type Galerkin introduisent une régularisation spatiale qui est liée à la taille et au degré polynomial des éléments finis considérés. On peut parler de régularisation forte dans le sens où elle est directement liée à la taille du sous-espace d'approximation. Dans le cadre de la CIN locale classiquement utilisée (on parle aussi de subset-CIN), la règle habituelle à cet égard est de définir une taille d'image qui contient au moins 3 tâches [18]. Pour nos images, cela conduirait à une taille de fenêtre comme illustrée en Figure 3 (bas-droite, orange). De toute évidence, l'espace d'approximation résultant apparaît trop grossier en vue d'estimer les champs cinématiques à l'échelle sous-cellulaire.

De façon plus intéressante, l'utilisation de bases EF en CIN offre également la possibilité de concevoir des méthodes de type Tikhonov avec du sens mécanique, en pénalisant la distance entre le champ de déplacement estimé et sa projection sur l'espace des solutions mécaniques attendues. On parle de CIN régularisée faiblement avec la mécanique [8, 6, 9]. Dans ce travail, on procède ainsi comme suit : on utilise une base d'approximation riche (c'est-à-dire des EF standards ou splines fins adaptés à la simulation) et on ajoute de la régularisation faible élastique dans le volume et sur les bords libres d'effort (c'est-à-dire où l'on sait que les forces internes sont nulles), ainsi qu'une régularisation faible de type Laplacien [17, 19] sur les bords de Dirichlet et de Neumann non homogène (car alors on ne connaît pas bien les efforts locaux qui y transitent). D'un point de vue mathématique, cela revient à écrire le nouveau problème de minimisation tel que :

$$\mathbf{u}^* = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{ndof}} \frac{S(\mathbf{u})}{S(\mathbf{v})} + \frac{\lambda_K}{2} \frac{\|\mathbf{D}_K \mathbf{K}(E=1, \mathbf{v}) \mathbf{u}\|_2^2}{\|\mathbf{D}_K \mathbf{K}(E=1, \mathbf{v}) \mathbf{v}\|_2^2} + \frac{\lambda_L}{2} \frac{\|\mathbf{D}_L \mathbf{L} \mathbf{u}\|_2^2}{\|\mathbf{D}_L \mathbf{L} \mathbf{v}\|_2^2} \quad (3)$$

λ_K et λ_L sont les paramètres de pondérations qui permettent d'accorder plus ou moins de confiance à la régularisation élastique et de type Laplacien, respectivement. $\mathbf{K}$ est la matrice de rigidité d'un modèle élastique isotrope et homogène défini à l'échelle de l'architecture du matériau. Le module de Young associé E est fixé à 1 car $\mathbf{K}$ est proportionnel à E (l'influence de E est donc prise en compte dans λ_K). En théorie, une estimation correcte du coefficient de Poisson ν doit être fournie, ce qui reste un problème pour cette classe de méthodes. Cependant, il peut être mis à jour [8]. $\mathbf{L}$ est quand à lui l'opérateur Laplacien vectoriel tandis que $\mathbf{D}_K$ et $\mathbf{D}_L$ sont des opérateurs de sélection de ddls associés à la régularisation élastique et de type Laplacien, respectivement. Enfin, il peut être montré qu'une telle régularisation introduit un filtre passe-bas du 4^{ième} ordre [6]. Par conséquent, les poids de régularisation λ_K et λ_L peuvent être liés à des longueurs physique de coupure notées l_K et l_L qui vérifient :

$$\lambda_K = \left(\frac{l_K}{T}\right)^4, \quad \lambda_L = \left(\frac{l_L}{T}\right)^4. \quad (4)$$

où T est la longueur d'onde d'une onde de cisaillement discrète $\mathbf{v}$. La valeur du paramètre T n'a pas vraiment d'influence sur les résultats : il faut juste veiller à la prendre suffisamment grande pour que l'onde puisse être décrite avec précision par le maillage considéré. Au bilan, une telle régularisation nécessite le réglage fin de λ_K et λ_L , ce qui est réalisé dans ce travail à l'aide d'une étude basée sur les courbes en L [20].

2.2 Régularisation spécifique à l'échantillon à l'aide de modélisation mécanique basée sur les images

Le point clé de la méthode est d'utiliser une matrice de rigidité tenant compte de l'architecture cellulaire du matériau pour piloter la CIN dans les travées ou parois. Pour ce faire, on propose dans ce travail deux alternatives faisant appel à des techniques avancées de modèles basés sur les images. Dans un premier temps, on considère une discrétisation EF standard du modèle ce qui passe par : (a) la mise en place de l'algorithme "marching cubes" [21] pour déterminer les contours, (b) le lissage de ces contours, et enfin (c) la génération du maillage volumique, voir par exemple [4] et Figure 2 (milieu) pour une illustration sur un cas simple. Il est à noter que des bibliothèques efficaces sont disponibles pour de tels traitements, telles que `scikit-image` [22] et `cgal` [24]. Dans un second temps, on envisage une méthode spline immergée et au juste prix [3]. Dans ce cas, le modèle est basé sur : (a) une caractérisation de la frontière par level-set [1], (ii) une approche de type domaine fictif spline de degré supérieur (le

degré 3 est considéré principalement), et (iii) un réglage fin des paramètres de discrétisation associés (règle de quadrature, taille des éléments, degré polynomial) pour être précis tout en tenant compte de l'erreur intrinsèque due à la pixellisation. Une illustration est donnée en Figure 2 (droite).

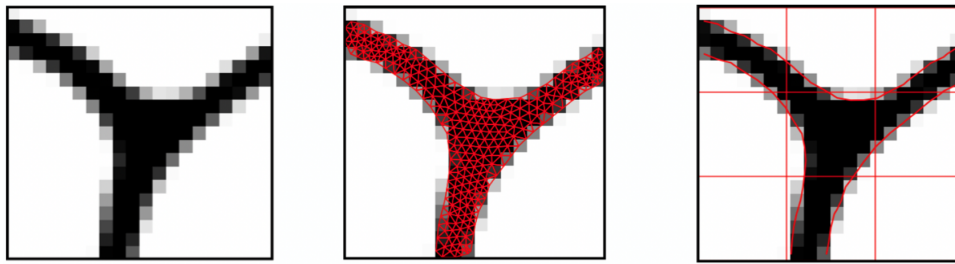


FIGURE 2 – Modèles basés sur les images considérés. De gauche à droite : exemple d'image, modèle obtenu par "marching cubes" puis étape de maillage EF, et modèle obtenu par level-set puis méthode immergée spline.

La première méthode est intéressante car elle peut être mise en place à l'aide de bibliothèques dédiées et efficaces, et est non-intrusive vis-à-vis d'un code EF. À l'inverse, la méthode 2 est plus compliquée à implémenter et nécessite quelques traitements fins (notamment règle de quadrature dans des éléments coupés par la frontière et gestion du mauvais conditionnement dû à des fonctions de base intersectant très peu les travées). Toutefois, la méthode 2 s'avère plus efficace en terme de précision relativement au nombre de ddl du modèle [3] ce qui est d'intérêt pour traiter des images volumiques pouvant rassembler quelques millions voire milliards de voxels.

3 Résultats

La méthode ADDICT a été testée sur une multitude de cas, à la fois à l'aide d'images synthétiques et réelles. Tout d'abord, une étude sur des cas tests 2D virtuels a permis de bien saisir les caractéristiques de la méthode et de savoir comment choisir proprement les paramètres de régularisation (notamment l_K qui a une grande influence). Ensuite, des cas réels 3D ont été investigués pour apprécier le potentiel complet de la méthode.

3.1 Validation sur des cas tests 2D virtuels

Pour commencer, on se donne une géométrie 2D représentative d'un matériau cellulaire et on construit une image synthétique correspondante à celle-ci (voir Figure 3 (gauche)). Ensuite, on discrétise la géométrie par éléments finis (au niveau de son architecture) et on réalise des calculs mécaniques à la fois en élasticité linéaire et en non-linéaire afin d'obtenir une solution de référence permettant de construire les images déformées g (voir Figure 3 (haut-milieu et droite)).

3.1.1 Résultats dans le cas élastique linéaire

On considère tout d'abord le cas test linéaire, c'est-à-dire l'image déformée de la Figure 3 (haut-milieu). Les résultats obtenus en termes de déformation sont donnés en Figure 4 pour une méthode CIN locale et pour la méthode ADDICT développée. Nous pouvons remarquer que la déformation fournie par la méthode subset-CIN est très éloignée du champ de déformation de référence. Plus précisément, les champs de déformation obtenus sont homogènes à l'échelle des cellules et la flexion locale observée sur la Figure 4 (gauche) n'est pas identifiée. À l'inverse, on constate que le champ de déformation pour la méthode ADDICT est bien mieux résolu. Il montre des gradients de flexion typiques qui sont assez similaires à ceux du champ de référence. Ceci illustre bien l'intérêt de l'approche globale en CIN dans sa capacité à utiliser un modèle mécanique pour améliorer la CIN et rompre le compromis taille des éléments/texteure dans le cadre d'une régularisation forte.

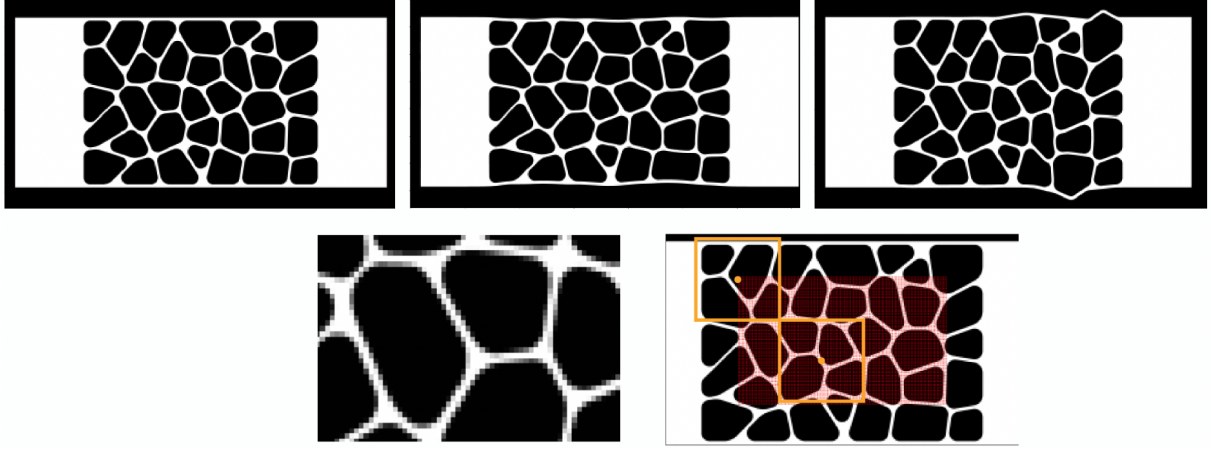


FIGURE 3 – Images synthétiques utilisées pour les cas tests 2D virtuels. En haut, de gauche à droite : configuration de référence f , image g pour une configuration déformée avec un modèle élastique (chargement de traction sur la partie droite de l'éprouvette), et image g pour une configuration déformée avec un modèle non-linéaire géométrique et élasto-plastique (chargement de compression sur la partie droite de l'éprouvette). En bas à gauche, zoom sur l'image f , en bas à droite : discrétisation nécessaire avec une méthode classique CIN subset (orange : taille des imagerie, rouge : points de mesures).

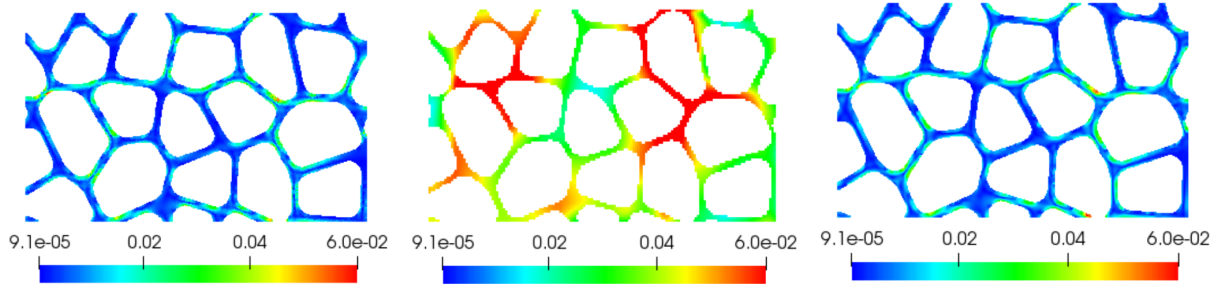


FIGURE 4 – Résultats en termes de déformation $\left(\epsilon_{vm} = \sqrt{\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2 + 2\epsilon_{xy}^2}\right)$ pour le cas élastique linéaire. De gauche à droite : référence, CIN locale standard avec la discrétisation illustrée en Figure 3 (bas-droite), et méthode ADDICT proposée.

3.2 Résultats dans le cas non-linéaire

On s'intéresse à présent au cas non-linéaire où l'image déformée est l'image de la Figure 3 (haut-droite). La solution de référence inclut de l'élasto-plasticité et du flambage local alors que l'on rappelle que la méthode ADDICT repose sur l'utilisation d'un modèle élastique pour la régularisation. Il est dès lors très important de bien choisir le paramètre de régularisation mécanique l_K pour obtenir une bonne mesure dans ce cas.

Pour ce faire, on mène une étude de courbe en L (voir Figure 5 (gauche)). Plus précisément, on trace pour différentes valeurs de l_K le terme de régularisation (c'est-à-dire $\|\mathbf{D}_K \mathbf{K} \mathbf{u}\|_2$) en fonction du terme d'écart aux données (lié à $S(\mathbf{u})$). Nous pouvons observer trois régions principales dans la courbe en L (notées R1, R2 et R3 sur la Figure 5 (gauche)). Sur la région R1 (c'est-à-dire, l_K de plus en plus petit en se déplaçant vers la gauche de la courbe), le poids est très faible sur la régularisation ce qui rend le problème de plus en plus mal posé et ainsi la solution obtenue est bruitée et donc peu précise. A l'inverse, sur la région R3 (c'est-à-dire, l_K de plus en plus grand en se déplaçant vers la droite de la courbe), le poids est davantage mis sur la régularisation. Dans ce cas, le résidu de niveau de gris augmente car le modèle élastique n'est pas tout-à-fait valable dans ce cas pour décrire la mécanique sous-jacente (plasticité avec non-linéarités géométriques). Le choix de l_K doit donc être un compromis. La valeur optimale pour la longueur de régularisation est au point de courbure maximale [20], c'est-à-dire vers 25 voxels, au centre de la région R2.

Sur les Figures 5 (milieu) et 5 (droite), on montre les solutions obtenues pour un paramètre de régularisation important (bord droit de la région R3) et pour le paramètre optimal (milieu de la région R2).

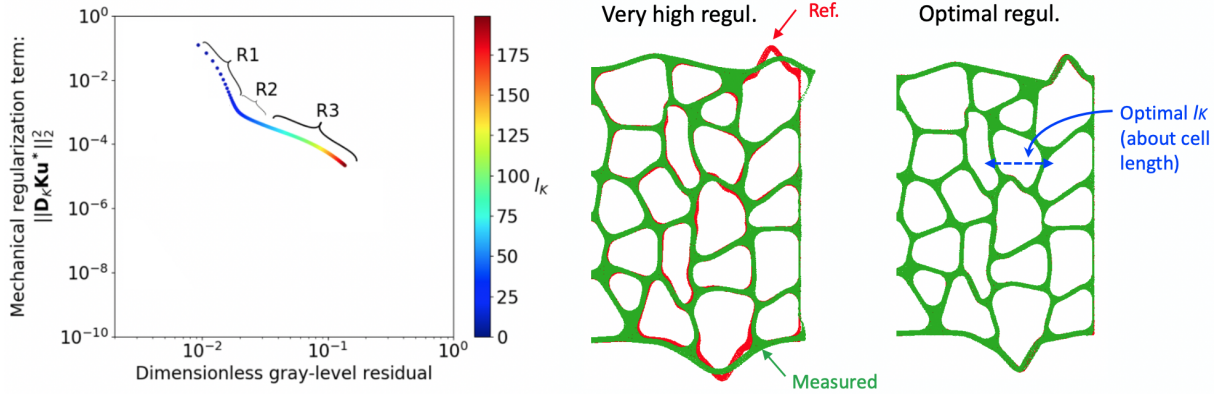


FIGURE 5 – Résultats pour le cas non-linéaire (compression) avec la méthode ADDICT. Gauche : courbe en L. Droite : superposition de la configuration déformée de référence (rouge) avec la configuration obtenue avec ADDICT et l_K de la taille de l'éprouvette complète, puis avec ADDICT et l_K de la taille d'une cellule.

Il est alors intéressant de remarquer que si la régularisation avec l_K grand ne permet pas d'observer des phénomènes non-linéaires (on n'observe seulement de l'élasticité à l'échelle de l'éprouvette complète, ce qui revient à faire de la CIN en projection sur une solution élastique), la régularisation avec l_K optimal permet bien de voir le flambement local des travées. Cette longueur l_K optimal correspond en fait environ à la taille des cellules. On ne prescrit alors que de l'élasticité *local* avec la méthode proposée, ce qui permet d'observer tout-de-même des phénomènes non-linéaire. Au bilan, l'interprétation suivante peut être réalisée : le terme associé aux résidus de niveaux de gris capte la partie basse fréquence de la solution, associée ici à des longueurs caractéristiques supérieures à la longueur de cellule, tandis que la partie locale des déplacements qui ne modifient pas le terme de conservation des niveaux de gris (c'est-à-dire à l'intérieur des travées), est pilotée par la régularisation.

3.3 Premiers résultats sur des images réelles de microstructures 3D

Pour finir, on applique la méthode ADDICT à l'analyse d'images réelles 3D de matériaux cellulaires (voir, par exemple, Figure 6). Le code a alors été optimisé à l'aide de parallélisme à mémoire partagée (OpenMp) pour réaliser ce genre de calcul. Des résultats probants comme ceux illustrés sur la Figure 7 ont été obtenus pour une mousse polyuréthane sollicitée en compression.

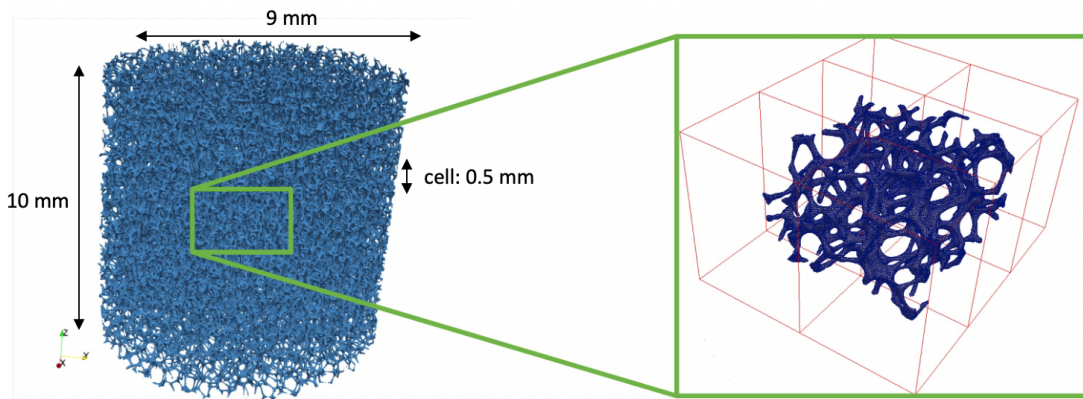


FIGURE 6 – À gauche : Micro-architecture d'une mousse polyuréthane générée à partir d'une image volumique obtenue par μ -CT ($551 \times 504 \times 507$ voxels) [23]. À droite : en rouge : discrétisation retenue classiquement pour corréler avec une approche CV-EF standard le sous-volume de taille $(100 \times 100 \times 50)$ voxels, en bleu : modèle éléments finis représentant la microstructure complexe des travées de la mousse qui va être utilisé comme support de mesure dans ADDICT.

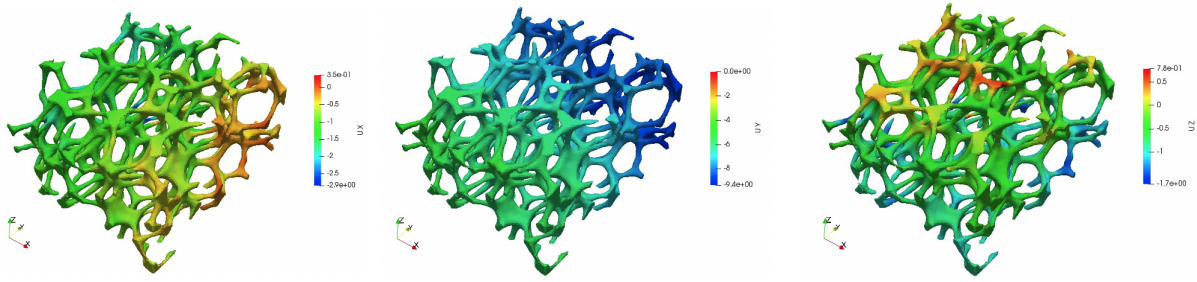


FIGURE 7 – Mesures obtenues avec ADDICT d’une mousse polyuréthane. Les trois figures représentent, de gauche à droite, les déplacements mesurés suivant les directions x , y et z .

4 Conclusion

Dans cette étude, nous avons montré dans le cadre des matériaux cellulaires qu’il est possible de compléter une mesure cinématique macroscopique obtenue par la fonctionnelle des niveaux de gris par une estimation à l’échelle microscopique en s’appuyant de façon faible sur une hypothèse *a priori* de la physique sous-jacente. L’hypothèse retenue ici est l’élasticité linéaire, même si le comportement observé est non-linéaire. D’un point de vue général, ce type de traitement est relativement classique en assimilation de données : on complète une mesure partielle par un modèle. Ce qui est intéressant ici c’est que le paramètre de régularisation élastique agit comme un moyen flexible de séparer les échelles : les parties du déplacement de longueurs d’ondes supérieures à la taille des cellules sont traitées par la métrique des niveaux de gris tandis que celles inférieures (c’est-à-dire sous-cellulaires) par le modèle. La méthode a été validée au travers d’une multitude de cas tests, à la fois 2D et 3D synthétiques et réels. La méthodologie constitue sans aucun doute un outil précieux pour l’objectif à long terme d’effectuer de l’assimilation de données pour les matériaux à l’échelle de l’architecture.

Remerciements

Les auteurs remercient Pascal Doumalin pour les images tomographiques provenant d’essais *in-situ* sur la mousse polyuréthane. Cette étude est inscrite dans le cadre du projet de thèse d’Ali Rouwane. Elle est financée par la région Occitanie et l’Université Fédérale Toulouse Midi-Pyrénées.

Références

- [1] C. Verhoosel, G. van Zwieten, B. van Rietbergen, R. de Borst, *Image-based goal-oriented adaptive isogeometric analysis with application to the micro-mechanical modeling of trabecular bone*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 284, pp. 138-164, (2015).
- [2] X. Liu, J. Réthoré, M.-C. Baïetto, P. Sainsot, A.A. Lubrecht, *An efficient strategy for large scale 3D simulation of heterogeneous materials to predict effective thermal conductivity*, Comput. Mater. Sci., Vol. 166, pp. 265-275, (2019).
- [3] A. Rouwane, R. Bouclier, J.-C. Passieux, J.-N. Périé, *Adjusting fictitious domain parameters for fairly priced image-based modeling : Application to the regularization of digital image correlation*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 373, pp. 113507, (2021).
- [4] R. Belda, M. Palomar, M. Marco, A. Vercher-Martínez, & E. Giner. *Open cell polyurethane foam compression failure characterization and its relationship to morphometry*, Materials Science and Engineering : C, Vol. 120, pp. 111754, (2021).
- [5] B. K. Bay, T.S. Smith, D.P. Fyhrie, M. Saad. *Digital volume correlation : three-dimensional strain mapping using X-ray tomography*. Experimental mechanics, Vol. 39, pp. 217-226., (1999).
- [6] H. Leclerc, J.-N. Périé, S. Roux, F. Hild, *Voxel-scale digital volume correlation*, Experimental Mechanics, Vol. 51, pp. 479-490, (2011).
- [7] A. Buljac, V.M.T. Navas, M. Shakoar, A. Bouterf, J. Neggers, M. Bernacki, ... & F. Hild. *On the calibration of elastoplastic parameters at the microscale via X-ray microtomography and digital volume correlation for the simulation of ductile damage*, European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 72, pp. 287-297, (2018).

- [8] J. Réthoré. *A fully integrated noise robust strategy for the identification of constitutive laws from digital images* International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 84, pp. 631-660, (2010).
- [9] R. Bouclier, J.-C. Passieux. *A domain coupling method for finite element digital image correlation with mechanical regularization : Application to multiscale measurements and parallel computing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 111, pp. 123-143, (2017).
- [10] A. Rouwane, R. Bouclier, J.-C. Passieux, J.-N. Périé. *Architecture-Driven Digital Image Correlation Technique (ADDICT) for the measurement of sub-cellular kinematic fields in speckle-free cellular materials*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 234-235, pp. 111223, (2022).
- [11] Y. Sun, J. H. Pang, C. K. Wong, F. Su, *Finite element formulation for a digital image correlation method*, Applied optics, Vol. 44, pp. 7357-7363, (2005).
- [12] G. Besnard, F. Hild, S. Roux. *"Finite-element" displacement fields analysis from digital images : application to Portevin-Le Châtelier bands*, Experimental Mechanics, Vol. 46, pp. 789-804, (2006).
- [13] J.-C. Passieux, R. Bouclier, J.-N. Périé, *A space-time PGD-DIC algorithm*, Experimental Mechanics, Vol. 58, pp. 1195-1206, (2018).
- [14] B.K.P. Horn, B.G. Schunck. *Determining optical flow*, Artif. Intell., Vol. 17, 185-203, (1981).
- [15] J. Réthoré, T. Elguedj, P. Simon, M. Coret. *On the use of nurbs functions for displacement derivatives measurement by digital image correlation*, Experimental Mechanics, Vol. 50, 1099-1116, (2010).
- [16] J.-E. Dufour, B. Beaubier, F. Hild, S. Roux. *CAD-based displacement measurements with stereo-DIC*, Experimental Mechanics, Vol. 55, 1657-1668, (2015).
- [17] G. Colantonio, M. Chapelier, R. Bouclier, J.-C. Passieux, E. Marenic, *Non-invasive multilevel geometric regularization of mesh-based three-dimensional shape measurement*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 121, 1877-1897, (2020).
- [18] M. A. Sutton, J. J. Ortu, H. Schreier. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : basic concepts, theory and applications*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [19] J.E. Dufour, S. Leclercq, J. Schneider, S. Roux, F. Hild. *3d surface measurements with isogeometric stereocorrelation-application to complex shapes*, Optics and Lasers in Engineering, Vol. 87, pp. 146-155, (2016).
- [20] P. C. Hansen, *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems*, in : in Computational Inverse Problems in Electrocardiology, ed. P. Johnston, Advances in Computational Bioengineering, WIT Press, pp. 119-142, 2000.
- [21] W.E. Lorensen, H.E. Cline, *Marching cubes : A high resolution 3D surface construction algorithm*, Comput. Graph., Vol. 21, pp. 163-169, (1987).
- [22] Van der Walt, S., Schönberger, J. L., Nunez-Iglesias, J., Boulogne, F., Warner, J. D., Yager, N., ... & Yu, T. *scikit-image : image processing in Python*. PeerJ, 2, e453, (2014).
- [23] L. Pétureau. *Stratégie de couplage expérimentation/modélisation dans les matériaux hétérogènes. Identification de propriétés mécaniques locales*, Doctoral dissertation, Université de Poitiers, 2018.
- [24] The CGAL Project. *CGAL user and reference manual*. CGAL Editorial Board, 4.14 édition, 2019.