

Approche de coque fibreuse pour la simulation du drapage des renforts de composites avec une orientation pertinente des normales

R. Bai, J. Colmars, B. Chen, N. Naouar, P. Boisse

Université de Lyon, LaMCoS, INSA-Lyon, F-69621, France, Philippe.Boisse@insa-lyon.fr

Résumé — Les simulations de drapage de renforts textiles composites utilisent des éléments finis de coques pour lesquels le comportement en flexion est très particulier. La composition fibreuse des renforts réduit significativement la rigidité en flexion. De plus, la cinématique de la déformation est fortement modifiée et ne suit pas les théories classiques telles que celle de Kirchhoff. Une approche de coque fibreuse basée sur la quasi-inextensibilité des fibres permet de modéliser correctement la déformation lors du drapage avec une rotation pertinente de la normale matérielle

Mots clefs — Coques fibreuses, Composites textiles, Drapage.

1. Introduction

La plupart des simulations de la mise en forme de renforts textiles de composites (drapage) sont réalisées à l'échelle macroscopique et considèrent le renfort fibreux comme un milieu continu. Cette hypothèse est généralement vérifiée à l'échelle macroscopique [1, 2]. La plupart des renforts sont minces et ils sont modélisés par des coques ou des membranes. Néanmoins, il a été montré que la rigidité en flexion joue un rôle dans la mise en forme des renforts textiles, notamment en ce qui concerne la simulation des plissements [3, 4]. Par conséquent, il est nécessaire de modéliser les renforts textiles par des coques qui intègrent à la fois le comportement membranaire propre aux textiles et le comportement en flexion. Ce dernier point est complexe. Les théories standard des plaques et des coques (Kirchhoff, Mindlin) ont été développées pour les matériaux continus classiques tels que les métaux. Dans ces approches, la rigidité en flexion est fixée par la rigidité de la membrane et l'épaisseur de la plaque. Une telle approche conduit à une rigidité en flexion très surestimée pour les milieux fibreux. La faible rigidité de flexion des textiles est due au glissement possible entre les fibres et constitue l'une de leurs principales caractéristiques.

Pour prendre en compte cette spécificité du comportement en flexion des textiles, plusieurs approches ont été proposées. Le renfort textile peut être considéré comme un stratifié avec plusieurs couches d'épaisseurs différentes et de modules d'Young différents [5, 6]. Les caractéristiques des différentes couches sont choisies de manière à obtenir des propriétés de membrane et de flexion correctes. Une autre approche consiste à superposer un élément fini de membrane et un élément fini de flexion pure [7, 8]. Le module d'Young est différent dans les deux éléments. Les approches de coques en efforts résultants permettent d'utiliser des lois de comportement indépendantes entre la résultante de contraintes et les déformations de la membrane d'une part et les moments résultants et la flexion d'autre part [9,10].

Les différentes méthodes présentées ci-dessus permettent de réaliser des simulations où le rapport rigidité en flexion/rigidité de la membrane correspond à celui du renfort textile. Les surfaces moyennes déformées obtenues sont correctes. Néanmoins, ces méthodes sont basées sur des hypothèses artificielles qui ne reflètent pas la physique de la déformation de l'armature textile. En outre, un inconvénient majeur est que la modélisation de la flexion est basée sur une théorie classique qui fixe la rotation de la normale matérielle. La figure 1 compare la rotation des normales matérielles dans une flexion cantilever de deux matériaux. Le matériau (Fig. 1a) est un matériau continu classique,

l'autre est un renfort composite fibreux (Fig. 1b). Les figures 1a et 1b montrent que les rotations des normales dans les deux cas sont très différentes. La rotation des normales dans le cas du matériau classique (Fig. 1a) est conforme à la théorie standard de coque et la normale reste perpendiculaire à la surface médiane après la flexion. Ce n'est pas le cas pour les matériaux fibreux pour lesquels la déformation est pilotée par la quasi-inextensibilité des fibres avec un possible glissement local entre les fibres.

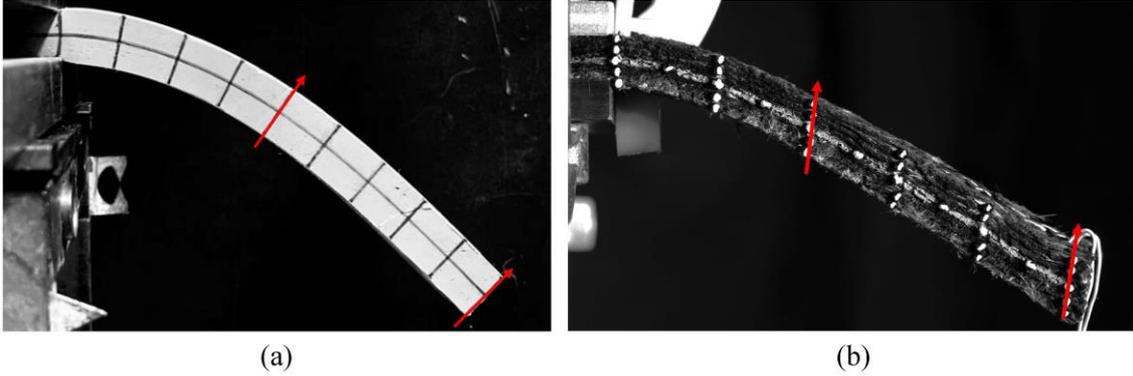


Figure. 1. Rotation de la normale matérielle pendant un essai de flexion.
(a) Matériau continu classique. (b) Matériau fibreux.

Les approches qui ont été présentées ci-dessus pour la modélisation des renforts textiles en flexion conduisent toutes à une rotation de la normale du matériau qui reste perpendiculaire au milieu de la surface, ce qui est erroné. Ce point est important car les contraintes dans les fibres à une position donnée dans l'épaisseur dépendent de ces rotations. L'objectif de cet article est de présenter une approche pour modéliser le drapage des renforts textiles composites et des préimprégnés, appelée approche de la coque fibreuse qui s'appuie sur la physique de la déformation des textiles et conduit à une déformation avec une rotation pertinente des normales des matériaux textiles. Un exemple de déformation de renfort textile de composites est comparé à l'expérience, notamment en ce qui concerne l'orientation des normales.

2. Approche de coque fibreuse pour la mise en forme de renforts textiles

2.1. Cinématique de coque fibreuse

L'approche est réalisée dans le cadre des éléments de coques « continuum-based » qui ont été largement utilisés pour développer des éléments de coque efficaces [11-13]. Cet élément de coque triangulaire fibreux possède 3 nœuds, la géométrie est présentée à la Fig. 2. Dans le contexte d'un schéma de dynamique explicite, l'incrément de déplacement entre les temps ${}^i t$ et ${}^{i+1} t$ est interpolé comme suit dans le cas d'un élément de coque fini à 3 nœuds :

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} ({}^i h_m^k + \Delta h_m^k) (\Delta \alpha_k {}^i \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^i \mathbf{V}_2^k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} \Delta h_m^k {}^i \mathbf{V}_m^k \quad (1)$$

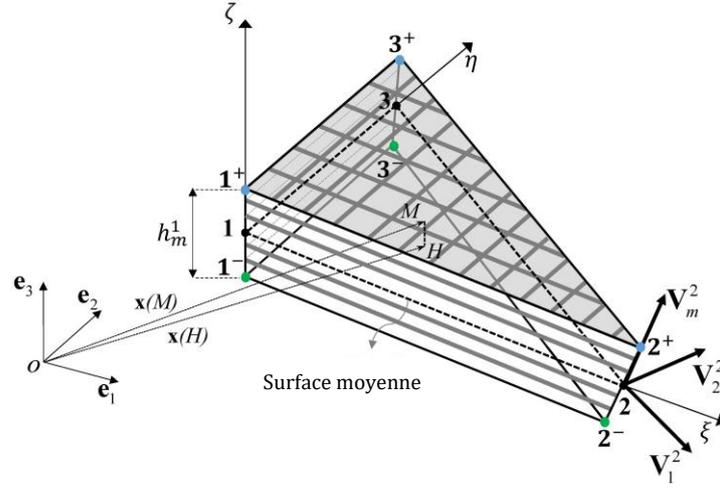


Figure. 2. Elément fini de coque fibreuse

$(\mathbf{V}_1^k, \mathbf{V}_2^k, \mathbf{V}_m^k)$ est un repère orthogonal local défini à chaque nœud k (Fig. 2). ξ, η, ζ sont les coordonnées de référence dans l'élément à trois nœuds. Les N_k sont la fonction d'interpolation linéaire du triangle à trois nœuds \mathbf{V}_m^k est la normale matérielle au nœud k . Les $\Delta \mathbf{u}_k$ sont les trois incréments des degrés de liberté de déplacement au nœud k , et $\Delta \alpha_k$ and $\Delta \beta_k$ sont les deux incréments des degrés de liberté de rotation au nœud k . h_m est l'épaisseur dans la direction de la normale matérielle \mathbf{V}_m^k . L'épaisseur h dans la direction \mathbf{n}_p perpendiculaire au plan moyen est la somme des épaisseurs des fibres dans cette direction. Comme il est constaté expérimentalement, cette épaisseur h est supposée constante pendant la déformation, par conséquent :

$$h = h_m^k (\mathbf{V}_m^k \cdot \mathbf{n}_p) \quad (2)$$

2.2. Travail virtuel interne

L'approche de coque fibreuse est basée sur les deux principales spécificités des renforts textiles : la quasi-inextensibilité des fibres et le glissement possible entre les fibres. A cet effet, une forme particulière de travail virtuel interne est considérée dans le théorème du travail virtuel :

$$\delta W_{\text{ext}} - \delta W_{\text{int}} = \delta W_{\text{acc}} \quad (3)$$

δW_{ext} est le travail virtuel extérieur et δW_{acc} est le travail virtuel des quantités d'accélération. Le travail virtuel interne δW_{int} est séparé en trois parties :

$$\delta W_{\text{int}} = \delta W_{\text{int}}^{\text{Ten}} + \delta W_{\text{int}}^{\text{Bend}} + \delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}} \quad (4)$$

$\delta W_{\text{int}}^{\text{Ten}}$, $\delta W_{\text{int}}^{\text{Bend}}$, $\delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}}$ sont respectivement les travaux virtuels internes de tension, de flexion et de cisaillement dans le plan. Ils prennent la forme suivante :

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Ten}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} T^{11f} \delta \varepsilon_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} T^{22f} \delta \varepsilon_{22}^f dL \quad (5)$$

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Bend}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} M^{11f} \delta \chi_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} M^{22f} \delta \chi_{22}^f dL \quad (6)$$

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{\Omega} M^{sf} \delta \gamma^f d\Omega \quad (7)$$

T^{11}, T^{22} sont les tensions dans les fibres dans les directions chaîne et trame, $\delta \varepsilon_{11}, \delta \varepsilon_{22}$ sont les déformations virtuelle de traction, M^{11}, M^{22} sont le moment de flexion dans les fibres dans les directions chaîne et trame, $\delta \chi_{11}, \delta \chi_{22}$ sont les courbures virtuelles, M^s est le moment de cisaillement dans le plan, $\delta \gamma$ est l'angle de cisaillement virtuel dans le plan. N_{fibres} est le nombre de fibres dans l'élément. L'équation cinématique (1) est utilisée pour calculer les incréments de tension et les déformations de cisaillement dans le plan en fonction des degrés de liberté de déplacement et de rotation dans l'ensemble de la coque. En ce qui concerne les courbures, elles ne sont pas liées à la rotation des normales de l'élément. Elles sont calculées à partir de la position des éléments voisins selon la méthode proposée pour les éléments finis sans rotation des coques à trois nœuds [14, 15]. Cette façon de calculer les courbures est importante dans la présente approche car dans le cas des renforts fibreux, la courbure de la coque n'est pas liée à la position de la normale matérielle (Fig.1).

Il n'y a pas de travail virtuel de cisaillement transverse, ce qui reflète le glissement possible entre les fibres. Néanmoins, il existe des frottements entre ces fibres lors du glissement relatif. Ceux-ci sont pris en compte dans le travail virtuel de flexion en utilisant la rigidité en flexion du renforcement textile (qui intègre ces frottements) au lieu de la somme des rigidités des fibres dans l'équation (6). Ainsi, des déformations de flexion en accord avec les expériences sont obtenues sans compliquer l'approche [16]. Les déformations de traction, de cisaillement dans le plan et les courbures étant fonction des degrés de liberté de l'élément, les formes des travaux virtuels Eq. (5)-(7) donnent les forces internes nodales correspondant aux degrés de liberté des déplacements et des rotations [9, 17].

3. Simulations numérique et comparaison expérimentale

Le renfort multicouche analysé est constitué de 11 couches de tissu interlock carbone G1151[®] fabriqué par Hexcel. Ses dimensions sont de $200\text{mm} \times 150\text{mm} \times 15\text{mm}$. Les propriétés mécaniques du G1151 ont été déterminées dans plusieurs études [18-20]. La rigidité en flexion de cette éprouvette textile est mesurée par un essai de flexion trois points.

Le renfort est soumis à un déplacement imposé en un coin (Fig.3) La diagonale de l'éprouvette est encastree. La configuration expérimentale déformée est présentée Fig. 3a. Le résultat de la simulation correspondant est montrée Fig. 3b. La position de la surface médiane, la direction des normales matérielles après déformation sont présentées Fig. 3c et 3d. La simulation montre un bon accord avec l'expérience. L'orientation des normales n'a été obtenue correctement avec aucune des approches alternatives présentées dans l'introduction. D'autres simulations réalisées avec cette approche de coque fibreuses sont présentées dans [17, 21].

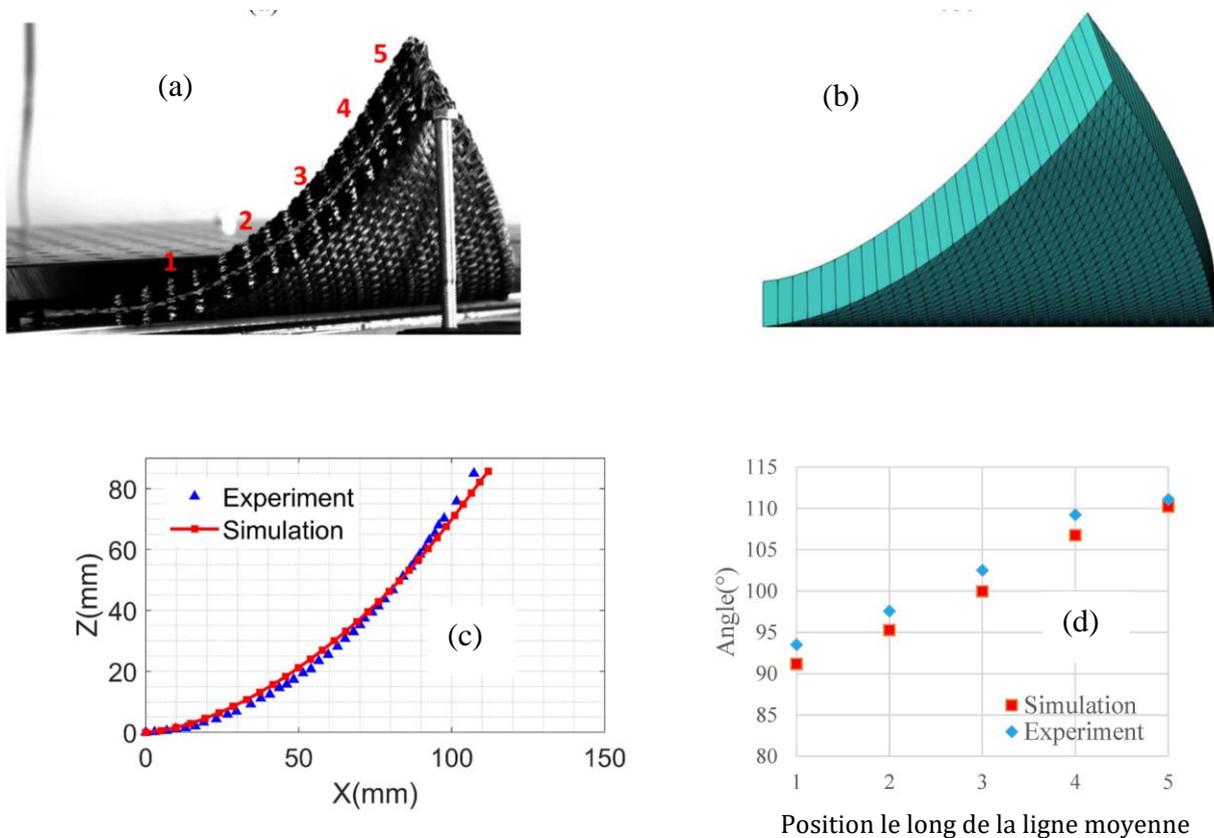


Figure. 3. Déformation d'un renfort fibreux (a) Expérience. (b) Simulation
(c) Surface moyenne. (d) Orientation des normales matérielles

4. Conclusion

Une approche de coque spécifique aux renforts fibreux est nécessaire car les théories classiques telles que Kirchhoff et Mindlin sont basées sur des hypothèses cinématiques qui ne sont pas vérifiées pour les renforts textiles. La déformation de ces renforts fibreux présente deux caractéristiques majeures : l'inextensibilité des fibres et le glissement possible entre les fibres. Un élément fini de coque de Ahmad a été développé pour prendre en compte ces spécificités. Cet élément a été validé sur des essais de déformation 3D où il a été montré qu'il permet de déterminer le déplacement, les déformations en tout point de l'épaisseur et la rotation des normales du matériau en bonne cohérence avec les expériences. Certains aspects restent à étudier et à modéliser, notamment le cas des différentes orientations des nappes de fibres dans le renfort textile et la prise en compte des variations d'épaisseur lors de la consolidation.

Références

- [1] Gereke T, Döbrich O, Hübner M, Cherif C. Experimental and computational composite textile reinforcement forming: A review. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 46: 1-10, 2013.
- [2] Boisse P, Hamila N, Madeo A. The difficulties in modeling the mechanical behavior of textile composite reinforcements with standard continuum mechanics of Cauchy. Some possible remedies. *International Journal of Solids and Structures*, 154: 55-65, 2018.

- [3] Boisse P, Hamila N, Vidal-Sallé E, Dumont F. Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Composites Science and Technology*, 71(5): 683-692, 2011.
- [4] Yu F, Chen S, Harper LT, Warrior NA. Simulating the effect of fabric bending stiffness on the wrinkling behaviour of biaxial fabrics during preforming. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 143: 106308, 2021.
- [5] Döbrich O, Gereke T, Diestel O, Krzywinski S, Cherif C. Decoupling the bending behavior and the membrane properties of finite shell elements for a correct description of the mechanical behavior of textiles with a laminate formulation. *Journal of Industrial Textiles*, 44(1): 70-84, 2014.
- [6] Yu F, Chen S, Viisainen JV, Sutcliffe MP, Harper LT, Warrior NA. A macroscale finite element approach for simulating the bending behaviour of biaxial fabrics. *Composites Science and Technology*, 191: 108078, 2020.
- [7] Haanappel SP, Ten Thije RH, Sachs U, Rietman B, Akkerman R. Formability analyses of uni-directional and textile reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 56: 80-92, 2014.
- [8] Dörr D, Schirmaier FJ, Henning F, Kärger L. A viscoelastic approach for modeling bending behavior in finite element forming simulation of continuously fiber reinforced composites. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 94: 113-123, 2017.
- [9] Hamila N, Boisse P, Sabourin F, Brunet M. A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *Int J Numer Meth Eng*; 79(12):1443–66, 2009.
- [10] Chen B, Colmars J, Naouar N, Boisse P. A hypoelastic stress resultant shell approach for simulations of textile composite reinforcement forming. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 149: 106558, 2021.
- [11] Ahmad, S., Irons, B. M., & Zienkiewicz, O. C. Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2(3), 419-451, 1970.
- [12] Dvorkin, E. N., & Bathe, K. J. A continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis. *Engineering computations*, 1, 77-88, 1984.
- [13] Parisch, H. A continuum-based shell theory for non-linear applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(11), 1855-1883, 1995.
- [14] Onate E, Zárata F. Rotation-free triangular plate and shell elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(1-3): 557-603, 2000.
- [15] Sabourin, F. and Brunet, M., Detailed formulation of the rotation-free triangular element “S3” for general purpose shell analysis, *Engineering Computations*, 23, 5, 469-502, 2006.
- [16] Liang B, Colmars J, Boisse P. A shell formulation for fibrous reinforcement forming simulations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 100: 81-96, 2017.
- [17] Bai R, Colmars J, Naouar N, Boisse P. A specific 3D shell approach for textile composite reinforcements under large deformation. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 139: 106135, 2020.
- [18] De Bilbao, E., Soulat, D., Hivet, G., & Gasser, A. Experimental study of bending behaviour of reinforcements. *Experimental Mechanics*, 50(3), 333-351, 2010
- [19] Allaoui, S., Boisse, P., Chatel, S., Hamila, N., Hivet, G., Soulat, D., & Vidal-Salle, E., Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 42(6), 612-622, 2011.
- [20] Gherissi, A., Abbassi, F., Ammar, A., & Zghal, A., Numerical and experimental investigations on deep drawing of G1151 carbon fiber woven composites. *Applied Composite Materials*, 23(3), 461-476, 2016.
- [21] Bai R. Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale, Thèse de l'INSA de Lyon, 2020