

Détermination expérimentale de facteurs d'intensité de contrainte généralisés - caractérisation de l'amorçage d'une fissure.

A. Doitrand¹, D. Leguillon², R. Estevez³

¹ Univ Lyon, INSA-Lyon, UCBL, CNRS, MATEIS, UMR5510, F-69621 Villeurbanne, France, aurelien.doitrand@insa-lyon.fr

² IJLRA, Sorbonne Université, CNRS UMR 7190, Paris, France, dominique.leguillon@upmc.fr

³ Université Grenoble-Alpes ? CNRS UMR 5266, SIMaP, F-38000 Grenoble, France

Résumé — Les facteurs d'intensité de contraintes généralisés (GSIF) au niveau d'une entaille en V sont déterminés expérimentalement à partir d'essais de traction sur des éprouvettes contenant des trous carrés de différentes tailles. La corrélation d'images est utilisée pour déterminer les champs de déplacement en surface de l'éprouvette. La mixité de mode au niveau de l'entaille est évaluée au cours du chargement et les GSIF à l'amorçage de la fissure sont mesurés et comparés à des résultats numériques avec un accord raisonnable.

Mots clés — Singularité, GSIF, amorçage de fissure.

1 Introduction

Les champs de déplacement et de contrainte au voisinage d'un point singulier sont décrits par un exposant caractéristique, une fonction angulaire et un coefficient mesurant l'intensité des champs : le facteur d'intensité de contrainte généralisé (GSIF pour "generalized stress intensity factor"). Le GSIF d'une fissure en milieu homogène isotrope correspond au facteur d'intensité de contrainte classiquement utilisé pour traiter de sa propagation [1]. L'amorçage d'une fissure au niveau d'une singularité peut être traité lorsque le GSIF atteint une valeur critique qui dépend de la géométrie du point singulier et des propriétés mécaniques du matériau. Cette quantité est couramment utilisée pour prévoir l'amorçage de fissure au niveau d'un point singulier ou d'une concentration de contrainte à l'aide de l'approche asymptotique du critère couplé (CC) [2, 3, 4]. Le GSIF correspondant à un chargement donné peut par exemple être obtenu numériquement par un ajustement au sens des moindres carrés des champs de déplacements asymptotiques aux champs obtenus par éléments finis (EF) [5, 6, 7] ou basée sur un calcul de densité d'énergie [8]. La détermination expérimentale de facteur d'intensité expérimentale en pointe de fissure a déjà fait l'objet de nombreux travaux en 2D ou en 3D [9, 10, 11, 12] mais peu de travaux ont été menés pour la détermination expérimentale de GSIF. Ces travaux sont principalement basés sur un calcul numérique des GSIF correspondant au chargements critiques mesurés expérimentalement [6, 7, 13]. Des travaux plus récents ont concerné la détermination de GSIF à partir de champs obtenus par corrélation d'images et d'une procédure de régression des champs de déplacements obtenus par rapport aux champs asymptotiques [14, 15]. La méthode la plus efficace pour le calcul de GSIF est l'utilisation d'une intégrale de contour [16, 17] qui, par construction, permet d'extraire la contribution de chaque mode et ainsi de déterminer précisément les GSIF. L'objectif de ce travail consiste à utiliser cette approche pour déterminer expérimentalement les GSIF au niveau d'un coin à partir de champs obtenus par corrélation d'images. Les essais de traction sur éprouvettes contenant un trou carré sont présentés en section 2, le calcul des GSIF est ensuite mis en place en section 3 et appliqué au suivi du chargement et à l'amorçage de fissures en section 4.

2 Essais de caractérisation

La détermination expérimentale des GSIF est illustrée par des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes de PMMA extrudé contenant un trou de forme carrée, centré et dont les côtés sont parallèles aux côtés de l'éprouvette. Les essais de caractérisation sont menés sur une machine Zwick (cellule de force de 20 kN). Dix configurations sont testées sur des éprouvettes de longueur 15 cm, d'épaisseur

5,76 ± 0,05 mm avec des trous dont le côté varie entre 1,2 et 15,2 mm. La largeur des éprouvette varie entre 9,8 mm et 49,8 mm selon la taille du trou [23]. Un mouchetis est peint sur l'éprouvette et l'essai est enregistré à une fréquence de 1 Hz avec une caméra Allied Vision Prosilica GX. En complément, les propriétés élastiques du matériau (module de Young $E = 2,7 \pm 0,1$ GPa et coefficient de Poisson ($\nu = 0,39 \pm 0,005$)) ont été mesurées à partir d'éprouvettes sans trou. La corrélation d'images numériques est menée à l'aide du Logiciel UFreckles [18]. Le choix de cette configuration d'essai est motivée par un chargement mixte ouverture/cisaillement au niveau des coins du trou carré. De plus, la mixité du chargement dépend de la taille du trou. Pour l'ensemble des éprouvettes étudiées, la rupture intervient au niveau de deux coins situés de chaque côté du carré. L'amorçage au niveau des deux coins se fait de manière quasi-instantanée. Pour certaines éprouvettes, un amorçage séquentiel a toutefois été observé malgré la faible fréquence d'acquisition.

La Figure 1 représente un exemple d'éprouvette avec un trou carré de côté $c = 12,28$ mm avant et après rupture. L'orientation de la fissure a été mesurée à partir d'observations au microscope de l'entaille en V après rupture. Ces observations mettent en évidence une rupture en mode mixte puisque la fissure n'est pas orientée selon la bissectrice de l'entaille (correspondant à une rupture en mode d'ouverture pur). L'angle entre la fissure et la bissectrice de l'entaille est d'autant plus grand que le trou est petit, mettant en évidence une plus grande contribution du mode de cisaillement par rapport au mode d'ouverture lorsque la taille du trou diminue.

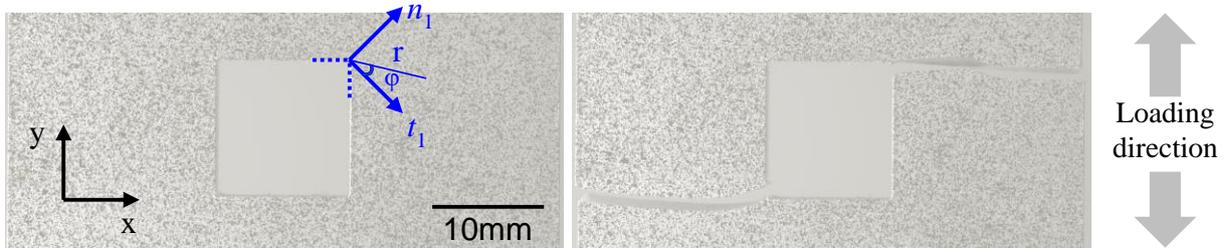


FIGURE 1 – Observation d'une éprouvette avec un trou de côté $c = 12,28$ mm avant (gauche) et après (droite) rupture. Le repère local utilisé pour le calcul des GSIF à l'aide de l'intégrale de contour est indiqué au niveau de l'un des coins du trou carré sur la figure de gauche.

3 Calcul des GSIF

3.1 Singularité : exposant, modes primaux et duaux

Le champ de déplacement au voisinage d'une entaille en V s'écrit [19] :

$$\underline{U}(r, \varphi) = \underline{C} + k_I r^{\lambda_I} \underline{u}(\varphi) + k_{II} r^{\lambda_{II}} \underline{u}(\varphi) + \dots \quad (1)$$

où \underline{U} est le champ de déplacement solution d'un problème élastique, \underline{C} correspond à un mouvement de corps rigide, r et φ sont les coordonnées polaires depuis la pointe de l'entaille. Les exposants λ_i ($i = I, II$) et leur mode associé $\underline{u}_i(\varphi)$ dépendent de la géométrie du point singulier et possiblement des propriétés élastiques (si matériau n'est pas homogène et linéaire élastique) alors que les GSIF k_i sont des fonctions de la géométrie de l'éprouvette et du chargement appliqué. λ_i et $\underline{u}_i(\varphi)$ peuvent être déterminés par résolution d'un problème aux valeurs propres [17]. Pour une entaille de 90° , les exposants de la singularité sont $\lambda_1 = 0,545$ and $\lambda_2 = 0,908$. Les champs de déplacement correspondant aux modes primaux d'ouverture (I) et de cisaillement (II) sont donnés dans le repère local de l'entaille (Fig. 1) par :

$$\underline{u}_I(r, \varphi) = r^{\lambda_1} \begin{Bmatrix} u_r^I(\varphi) \\ u_\varphi^I(\varphi) \end{Bmatrix} \text{ and } \underline{u}_{II}(r, \varphi) = r^{\lambda_2} \begin{Bmatrix} u_r^{II}(\varphi) \\ u_\varphi^{II}(\varphi) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

avec (cf., e.g., [20, 21])

$$\begin{aligned}
u_r^I(\varphi) &= [\cos((1+\lambda_1)\varphi^*) + \frac{\lambda_L+3\mu_L-\lambda_1(\lambda_L+\mu_L)}{(\lambda_L+\mu_L)(1-\lambda_1)} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} \cos((1-\lambda_1)\varphi^*)] / (2\mu_L\lambda_1\gamma_{\varphi\varphi}^{I-0}) \\
u_\varphi^I(\varphi) &= [-\sin((1+\lambda_1)\varphi^*) - \frac{\lambda_L+3\mu_L+\lambda_1(\lambda_L+\mu_L)}{(\lambda_L+\mu_L)(1-\lambda_1)} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} \sin((1-\lambda_1)\varphi^*)] / (2\mu_L\lambda_1\gamma_{\varphi\varphi}^{I-0}) \\
u_r^{II}(\varphi) &= [\sin((1+\lambda_2)\varphi^*) + \frac{\lambda_L+3\mu_L-\lambda_2(\lambda_L+\mu_L)}{(\lambda_L+\mu_L)(1+\lambda_2)} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)} \sin((1-\lambda_2)\varphi^*)] / (2\mu_L\lambda_2\gamma_{r\varphi}^{II-0}) \\
u_\varphi^{II}(\varphi) &= [\cos((1+\lambda_2)\varphi^*) + \frac{\lambda_L+3\mu_L+\lambda_2(\lambda_L+\mu_L)}{(\lambda_L+\mu_L)(1+\lambda_2)} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)} \cos((1-\lambda_2)\varphi^*)] / (2\mu_L\lambda_2\gamma_{r\varphi}^{II-0})
\end{aligned} \tag{3}$$

avec

$$\begin{aligned}
\gamma_{\varphi\varphi}^{I-0} &= \frac{(1+\lambda_1)\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{(1-\lambda_1)\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} - 1 \\
\gamma_{r\varphi}^{II-0} &= 1 - \frac{(1-\lambda_2)\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{(1+\lambda_2)\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)}
\end{aligned} \tag{4}$$

λ_L, μ_L sont les constantes de Lamé, on définit l'angle $\varphi^* = \varphi - \pi/2$ et $\omega = \frac{3\pi}{2}$. Les champs de contrainte correspondant aux modes primaux d'ouverture (I) et de cisaillement (II) sont donnés dans le repère local de l'entaille (Fig. 1) par :

$$\sigma_I(r, \varphi) = \begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\varphi\varphi} \\ \sigma_{r\varphi} \end{Bmatrix} = r^{\lambda_1-1} \begin{Bmatrix} \sigma_{rr}^I(\varphi) \\ \sigma_{\varphi\varphi}^I(\varphi) \\ \sigma_{r\varphi}^I(\varphi) \end{Bmatrix} \text{ and } \sigma_{II}(r, \varphi) = r^{\lambda_2-1} \begin{Bmatrix} \sigma_{rr}^{II}(\varphi) \\ \sigma_{\varphi\varphi}^{II}(\varphi) \\ \sigma_{r\varphi}^{II}(\varphi) \end{Bmatrix} \tag{5}$$

with

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^I(\varphi) &= [\cos((1+\lambda_1)\varphi^*) + \frac{3-\lambda_1}{1-\lambda_1} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} \cos((1-\lambda_1)\varphi^*)] / \gamma_{\varphi\varphi}^{I-0} \\
\sigma_{\varphi\varphi}^I(\varphi) &= [-\cos((1+\lambda_1)\varphi^*) + \frac{1+\lambda_1}{1-\lambda_1} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} \cos((1-\lambda_1)\varphi^*)] / \gamma_{\varphi\varphi}^{I-0} \\
\sigma_{r\varphi}^I(\varphi) &= [-\sin((1+\lambda_1)\varphi^*) + \frac{\sin(\omega(1+\lambda_1)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_1)/2)} \sin((1-\lambda_1)\varphi^*)] / \gamma_{\varphi\varphi}^{I-0} \\
\sigma_{rr}^{II}(\varphi) &= [\sin((1+\lambda_2)\varphi^*) + \frac{3-\lambda_2}{1+\lambda_2} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)} \sin((1-\lambda_2)\varphi^*)] / \gamma_{\varphi\varphi}^{II-0} \\
\sigma_{\varphi\varphi}^{II}(\varphi) &= [-\sin((1+\lambda_2)\varphi^*) + \frac{\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)} \sin((1-\lambda_2)\varphi^*)] / \gamma_{\varphi\varphi}^{II-0} \\
\sigma_{r\varphi}^{II}(\varphi) &= [\cos((1+\lambda_2)\varphi^*) - \frac{1-\lambda_2}{1+\lambda_2} \frac{\sin(\omega(1+\lambda_2)/2)}{\sin(\omega(1-\lambda_2)/2)} \cos((1-\lambda_2)\varphi^*)] / \gamma_{r\varphi}^{II-0}
\end{aligned} \tag{6}$$

Les champs de déplacement et de contrainte correspondant aux modes duaux peuvent être obtenus dans le cas particulier de l'entaille en V en 2D en remplaçant λ_i par $-\lambda_i$ dans les expressions données pour les modes primaux.

3.2 L'intégrale de contour pour le calcul des GSIF

Le calcul des GSIF au niveau d'une singularité peut être mené à partir d'une intégrale de contour $\Psi(\underline{U}, \underline{V}) = \int_\Gamma [\underline{\sigma}(\underline{U}) \cdot \underline{n} \cdot \underline{V} - \underline{\sigma}(\underline{V}) \cdot \underline{n} \cdot \underline{U}] d\ell$, faisant intervenir les champs de déplacements et de contraintes (mesurés ou calculés) au niveau d'un point singulier dans une structure, ainsi que les champs de déplacements et de contraintes des modes primaux et duaux de la singularité. Γ est un contour arbitraire contenant le point singulier commençant et finissant sur les surfaces libres de l'entaille. l'intégrale est alors indépendante du contour choisi sous ces conditions [25]. $\underline{\sigma}(\underline{U})$ est le champ de contrainte associé au champ de déplacement \underline{U} via la loi de Hooke, \underline{n} est la normale à Γ pointant vers l'origine. Les propriétés de l'intégrale de contour mènent à montrer que si α et β sont des exposants singuliers correspondant aux modes $\underline{u}_\alpha(\varphi)$ and $\underline{u}_\beta(\varphi)$, alors $\beta \neq -\alpha \implies \Psi(r^\alpha \underline{u}_\alpha, r^\beta \underline{u}_\beta) = 0$. Cette propriété permet alors d'extraire directement le GSIF d'un mode d'une singularité sans avoir recours à une étape de régression des champs de déplacement :

$$k_i = \frac{\Psi(\underline{U}^{\text{DIC}}, r^{-\lambda_i} \underline{u}_i^-)}{\Psi(r^{\lambda_i} \underline{u}_i, r^{-\lambda_i} \underline{u}_i^-)} \tag{7}$$

On peut noter que cette approche permet de calculer le GSIF d'un mode d'une singularité, et en particulier pour une fissure, les facteurs d'intensité de contrainte, T-stress, B-stress par exemple.

3.3 Calcul de GSIF à partir de champs expérimentaux

Le calcul des GSIF nécessite la mesure des champs de déplacement et de contrainte. Ces quantités sont directement accessibles via un calcul par EF par exemple. Dans le cas d'une mesure de champs par

corrélation d'images, le champ de déplacement est mesuré, et permet d'obtenir le champ de déformation par dérivation spatiale. Le champ de contrainte peut alors être obtenu sous l'hypothèse d'une loi de comportement, choisie linéaire élastique isotrope dans le cas présent. Le calcul de l'intégrale de contour nécessite également la définition d'un contour Γ . Nous choisissons un contour circulaire commençant et finissant sur les bords libres de l'entaille en s'assurant que les points d'intégration sur le contour sont situés dans la zone où les champs ont été mesurés par corrélation d'images. Les déplacements et les contraintes le long de ce contour sont interpolés à partir des champs mesurés. Les modes primaux et duaux de la singularité sont ensuite calculés à partir des expressions données en Section 3.1. Les différents champs sont enfin exprimés en coordonnées cartésiennes dans le repère de l'entaille pour aboutir au calcul de l'intégrale de contour. L'intégrale de contour $\Psi(\underline{u}^{\text{DIC}}, \underline{u}^{\text{J-}})$ (avec $\underline{u}^{\text{J-}}$ le champ de déplacement dual, $J = I$ pour le mode d'ouverture et $J = II$ pour le mode de cisaillement) est calculée sur le contour choisi et permet de calculer le GSIF du mode correspondant (Eqn. (7)). Cette approche est mise en application dans la section suivante pour calculer les GSIF au niveau des entailles des éprouvettes contenant des trous carrés. L'approche proposée est valide pour des matériaux présentant des comportements linéaires élastiques et pourrait également s'étendre à des comportements non-linéaires par exemple pour évaluer l'influence d'une zone d'élaboration ou de plasticité en pointe de fissure sur les GSIF apparents.

4 Facteurs d'intensité de contrainte généralisés

La Figure 2 montre un exemple de calcul des GSIF correspondant aux modes d'ouverture (k_I) et de cisaillement (k_{II}) au niveau d'une entaille pour l'éprouvette avec un trou de côté $c = 6,16$ mm. On peut noter la présence d'intervalles d'incertitudes autour des courbes en traits pleins. Ces intervalles ont été obtenus en implémentant l'intégrale de contour sur 10 contours circulaires avec différents rayons de sorte à prendre en compte l'incertitude sur la mesure du champs de déplacement obtenu par corrélation d'images. L'incertitude sur le calcul des GSIF est légèrement supérieure pour le mode de cisaillement que pour le mode d'ouverture. Les GSIF varient de manière quasi-linéaire en fonction de la contrainte imposée excepté pour des niveaux de contrainte inférieurs à 2 MPa. Le signe du GSIF du mode de cisaillement change selon le coin considéré. Un intérêt pratique de la méthode proposée est la possibilité de calculer la variation des GSIF en fonction du chargement imposé au cours d'un essai. Cela permet par exemple d'évaluer une possible dissymétrie dans le chargement. Dans le cas présent, il est possible d'identifier le coin présentant le facteur d'intensité des contraintes correspondant au mode d'ouverture maximum, c'est-à-dire le coin représenté par un rond noir sur la Figure 2. On peut noter que pour l'ensemble des éprouvettes testées, les fissures des deux coins gauche et droit correspondent au GSIF d'ouverture maxi-

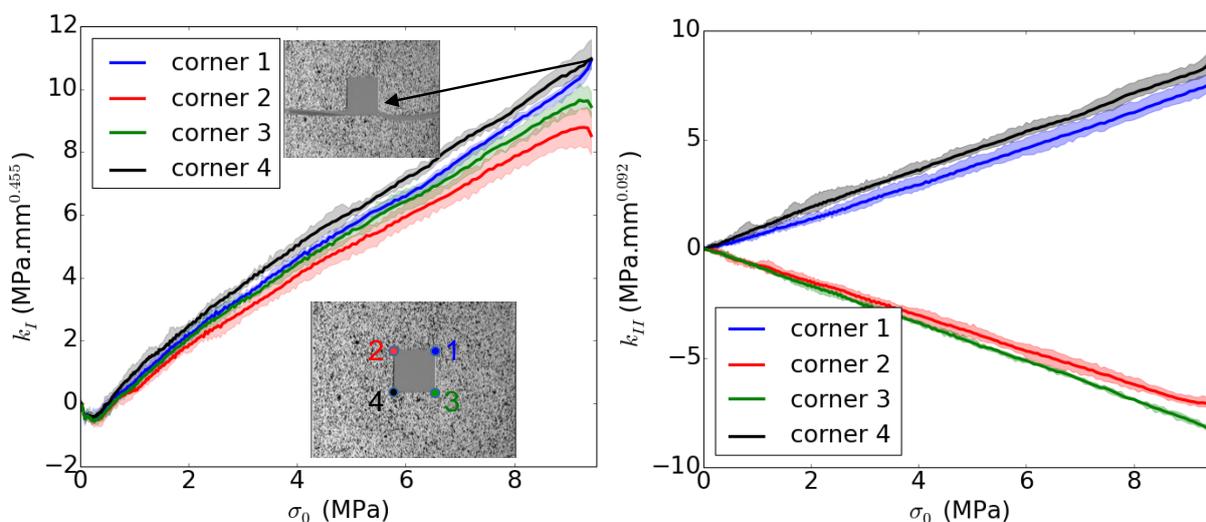


FIGURE 2 – Variation des GSIF correspondant au modes d'ouverture (gauche) et de cisaillement (droite) au niveau des quatre coins du trou carré en fonction de la contrainte de traction imposée.

num. Cette analyse permet également d'estimer la mixité de mode $\psi = \tan^{-1}\left(\frac{k_{II}}{k_I} L_{mat}^{\lambda_{II}-\lambda_I}\right)$ [22] au niveau de chaque coin. Dans le cas présent, celle-ci varie peu entre les 4 coins et est quasiment constante pour des niveaux de contraintes imposés supérieurs à 2 MPa, ce qui n'était pas le cas sur l'ensemble des éprouvettes testées. L'observation d'une telle différence indique une possible dissymétrie dans l'application du chargement, qui peut alors être corrigée si l'approche mise en place est utilisée au cours d'un essai mécanique.

Les GSIFS à l'amorçage des fissures ont été calculés pour les différents coins en fonction de la taille du trou de l'éprouvette, et calculés par ailleurs à l'aide de l'approche du critère couplé [2, 4, 23] (Fig. 3). Les prédictions numériques sous-estiment un peu les résultats expérimentaux en particulier pour les plus petites tailles de trou. Un accord raisonnable est toutefois obtenu entre les GSIF mesurés expéri-

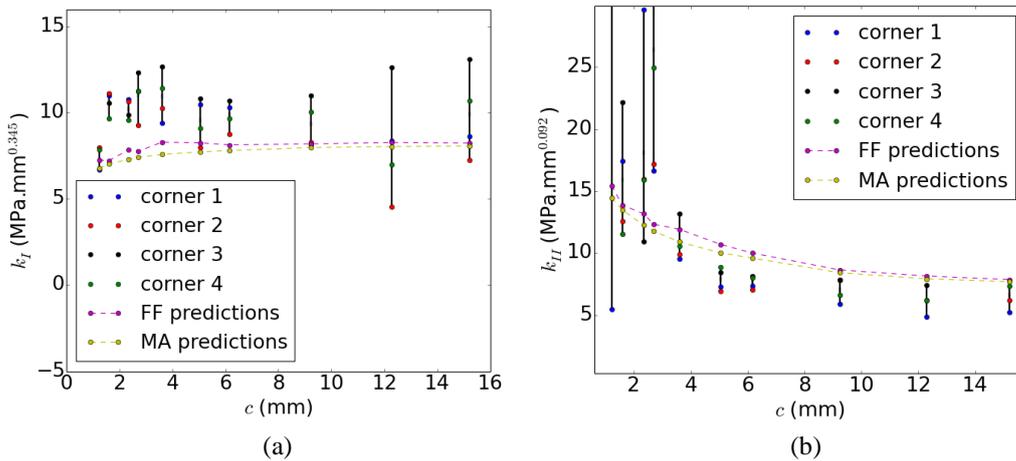


FIGURE 3 – Variation des GSIF correspondant aux modes d'ouverture (gauche) et de cisaillement (droite) mesurés à l'amorçage de la fissuration en fonction de la taille du trou carré obtenus expérimentalement et numériquement avec l'approche asymptotique (MA) ou éléments finis (FF) du critère couplé.

mentalement et les résultats obtenus numériquement étant données les sources d'incertitude possibles. Par exemple, la découpe laser des éprouvettes peut entraîner des contraintes résiduelles ou induire des petits défauts au niveau de l'entaille. De plus, le calcul des GSIF est basée sur une analyse 2D. En réalité, comme les champs de déplacements sont mesurés en surface de l'éprouvette, la singularité 3D de l'entaille en bord d'éprouvette est légèrement différente de la singularité 2D (qui correspond à l'entaille au milieu de l'éprouvette). L'exposant du mode d'ouverture de la singularité 3D en bord est 0,669 contre 0,545 en 2D. De plus, il n'y a que 2 modes singuliers en bord d'éprouvette en 3D (3 modes en 2D ou en 3D au centre de l'éprouvette), le mode de cisaillement étant alors une combinaison des deux modes de cisaillement 2D. Enfin, les trous obtenus par découpe laser peuvent présenter un léger arrondi au niveau des coins, dont le rayon est estimé à 200 μm . La prise en compte du rayon d'entaille a pour effet d'augmenter le GSIF apparent à l'amorçage de la fissure par rapport à un coin "parfait". [3].

5 Conclusion

Sous sollicitation de traction uniaxiale, un amorçage de fissure en mode mixte est observé au niveau des coins d'un trou carré au centre de l'éprouvette. La contribution du mode de cisaillement est d'autant plus prononcée que la taille du trou diminue. Les GSIF des point singuliers au niveau des coins du trou peuvent être obtenus à partir des champs de déplacements mesurés par corrélation d'images et des champs asymptotiques primaires et secondaires correspondant aux modes d'ouverture et de cisaillement. La mesure des GSIF au cours de l'essai permet à la fois d'évaluer le chargement en termes de symétrie, d'intensité, mais aussi de déterminer leurs valeurs critiques au moment de l'amorçage des fissures, qui intervient au niveau d'un coin où le GSIF d'ouverture est le plus élevé. Les valeurs prédites numériquement avec le critère couplé donnent un accord raisonnable avec les GSIF mesurés expérimentalement. Une perspective de ce travail consistera à étendre la détermination expérimentale des GSIF d'une singu-

larité 3D [24, 25] à partir de champs de déplacement mesurés par corrélation d'images volumiques lors d'essais in-situ.

Références

- [1] G.R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. J. Appl. Mech. 24, 361-364, 1957.
- [2] D. Leguillon, Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch, Eur. J. Mech. Sol. 21, 61-72, 2002.
- [3] D. Leguillon, D. Quesada, C. Putot, E. Martin. Size effects for crack initiation at blunt notches or cavities. Engng. Fract. Mech. 74, 2420-2436, 2007.
- [4] A. Doitrand, E. Martin, D. Leguillon. Finite element procedure implementation of the coupled criterion : matched asymptotic and full finite element approaches. Fin. Elem. Anal. Des. 168, 103344, 2020.
- [5] A. Barroso, E. Graciani, V. Mantič, F. París. A least squares procedure for the evaluation of multiple generalized stress intensity factors at 2D multimaterial corners by BEM. Eng. Anal. Bound. El. 36, 458-470, 2012.
- [6] M.L. Dunn, W. Suwito, S. Cunningham, Fracture initiation at sharp notches : correlation using critical stress intensities. Int. J. Sol. Struct. 34(29), 3873-3883, 1997.
- [7] P.E.W. Labossiere, M.L. Dunn. Fracture initiation at three-dimensional bimaterial interface corners. J. Mech. Phys. Sol. 49 (3), 609-634, 2001.
- [8] P. Lazzarin, F. Berto, M. Zappalorto. Rapid calculations of notch stress intensity factors based on averaged strain energy density from coarse meshes : Theoretical bases and applications. Int. J. Fatigue 32(10), 1559-1567, 2010.
- [9] N. Limodin, J. Réthoré, J.Y. Buffière, A. Gravouil, F. Hild, S. Roux. Crack closure and stress intensity factor measurements in nodular graphite cast iron using three-dimensional correlation of laboratory X-ray microtomography images. Acta Mater. 57(14), 4090-4101, 2009.
- [10] F. París, R. Picón, J. Marín, J. Cañas. Photoelastic determination of K_I and K_{II} : A numerical study on experimental data. Exp. Mech. 37(1), 45-55, 1997.
- [11] J. Réthoré, S. Roux, F. Hild. Noise-robust stress intensity factor determination from kinematic field measurements. Engng. Fract. Mech. 75, 3763-3781, 2008.
- [12] S. Roux, J. Réthoré, F. Hild. Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. J. Phys. D : Appl. Phys. 42, 214004, 2009.
- [13] D. Vicentini, A. Barroso, J. Justo, V. Mantič, F. París. Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms ? Part II : Experimental results. Engng. Fract. Mech. 89, 15-23, 2012.
- [14] A.R. Torabi, B. Bahrami, M.R. Ayatollahi. Experimental determination of the notch stress intensity factor for sharp V-notched specimens by using the digital image correlation method. Theor. App. Fract. Mech. 103, 102244, 2019.
- [15] B. Bahrami, M.R. Ayatollahi, A.R. Torabi. Application of digital image correlation method for determination of mixed mode stress intensity factor in sharp notches. Opt. Las. Engng. 124, 105830, 2020.
- [16] P.E.W. Labossiere, M.L. Dunn, Calculation of stress intensities at sharp notches in anisotropic media, Eng. Fract. mech. 61, 635-654, 1998.
- [17] D. Leguillon, E. Sanchez-Palencia. Computation of singular solutions in elliptic problems and elasticity, John Wiley, New York, 1987.
- [18] J. Réthoré. UFreckles (Version v 2.0). Zenodo. <http://doi.org/10.5281/zenodo.1433776> , 2018.
- [19] M.L. Williams, 1952. Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension. J. Appl. Mech., 19, 526-528.
- [20] A. Seweryn, K. Molski. Elastic stress singularities and corresponding generalized stress intensity factors for angular corners under various boundary conditions. Engng. Fract. Mech. 55, 529-556, 1996.
- [21] D. Vasilopoulos. On the determination of higher order terms of singular elastic stress fields near corners. Numer. Math. 53, 51-95, 1988.
- [22] P. Cornetti, A. Sapora, A. Carpinteri, 2013. Mode mixity and size effect in V-notched structures. Int. J. Sol. Struct. 50(10), 1562-1582.
- [23] A. Doitrand, D. Leguillon, R. Estevez. Experimental determination of generalized stress intensity factors from full-field measurements. Engng. Fract. Mech. 230, 106980, 2020.
- [24] A. Doitrand, D. Leguillon. Numerical modeling of the nucleation of facets ahead of a primary crack under mode I+III loading. Int. J. Fract. 213, 37-50, 2018.
- [25] A. Doitrand, D. Leguillon, E. Martin. Computation of generalized stress intensity factors of 3D singularities. Int. J. Sol. Struct 190, 271-280, 2020.