

# Vers une stratégie robuste et automatisée pour le recalage de modèles en dynamique vibratoire : application au suivi des structures endommageantes testées sur table vibrante

M. Diaz<sup>1</sup>, P.-É. Charbonnel<sup>2</sup>, L. Chamoin<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 91190, Gif-sur-Yvette, France, {matthieu.diaz,ludovic.chamoin}@ens-paris-saclay.fr

<sup>2</sup> DES-Service d'Études Mécaniques et Thermiques (SEMT), CEA, Université Paris-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France, pierreetienne.charbonnel@cea.fr

<sup>3</sup> IUF, Institut Universitaire de France, 1 rue Descartes, 75231 Paris CEDEX 5, France

**Résumé** — Dans cette étude, la stratégie de recalage de modèle basée sur la minimisation de la fonctionnelle d'Erreur en Relation de Comportement modifiée est revisitée et automatisée pour des problèmes de dynamique vibratoire. Appliquée ici à des essais sismiques sur table vibrante, la méthodologie proposée permet de suivre l'état d'une structure en corrigeant un modèle associé à partir de données issues d'une densité de capteurs limitée. Une fois validée sur la base de mesures synthétiques, la stratégie est mise en œuvre pour des mesures d'accélération réelles acquises lors de la campagne expérimentale SMART2013.

**Mots clés** — Recalage de modèle, Erreur en Relation de Comportement modifiée, Essais sismiques.

## 1 Introduction

En génie parasismique, l'analyse de la vulnérabilité des ouvrages face à l'aléa sismique ne peut se passer d'un appui expérimental tant les phénomènes non-linéaires sont complexes à modéliser et à prendre en compte dans les outils de simulation numérique. Des maquettes représentatives de structures sont notamment soumises à des chargements sismiques grâce à des tables vibrantes mues par des actionneurs hydrauliques de forte puissance (voir FIG. 7 pour un exemple). Cependant, le pilotage de ces actionneurs hydrauliques reste une difficulté et nécessite des protocoles expérimentaux complexes du fait des couplages forts existant entre les actionneurs, la table et la structure testée dont l'état peut évoluer au cours des essais. En effet, l'endommagement graduel des structures testées lors des campagnes expérimentales implique généralement de fortes variations des propriétés modales (chute de fréquence propres, changement local des déformées modales, etc.). La signature modale du système expérimental étant une caractéristique essentielle à la génération des lois de contrôle, des séquences d'essais de niveau croissant sont réalisées où les signaux d'entrée envoyés aux servo-valves des actionneurs doivent être systématiquement corrigés d'un essai à l'autre pour tenir compte de l'endommagement progressif observé sur la structure testée [2, 10] (FIG. 1).

L'objectif de l'étude menée est de faire un premier pas vers l'intégration de modèles numériques dans la boucle de contrôle d'essais en dynamique vibratoire. Plus précisément, une stratégie robuste de recalage séquentielle de modèle éléments finis (EF) linéaire de structure sous chargement dynamique est proposée. Elle repose sur la minimisation d'une fonctionnelle dite d'Erreur en Relation de Comportement modifiée (ERCm). Cette dernière est construite comme une distance hermitienne entre le modèle et les mesures écrite dans le domaine fréquentiel, enrichie d'un résidu au sens mécanique fort, traduisant un potentiel biais de modèle : l'Erreur en Relation de Comportement (ERC) [6].

Jusqu'à présent, peu d'outils ont été développés dans le but d'automatiser complètement la méthode et la rendre complètement indépendante des choix d'un utilisateur « expert ». Dans cette perspective, nous proposons deux enrichissements à la méthode de recalage par ERCm classique : (i) une étape préliminaire d'analyse de la qualité intrinsèque des mesures est d'abord mise en place et vise à pondérer les deux termes de l'ERCm de façon optimale, et (ii) la fonctionnelle à minimiser est étendue de manière

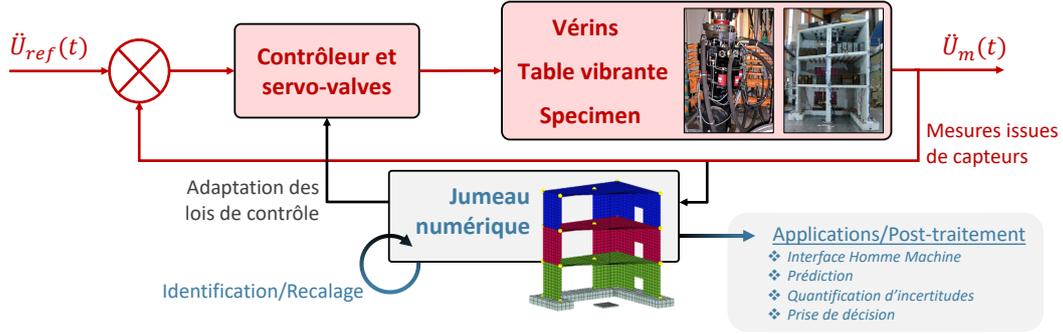


FIGURE 1 – Intégration d'un jumeau numérique recalé en temps réel pour l'amélioration du contrôle des tables vibrantes.

à intégrer les données expérimentales fréquentielles sous forme fenêtrées et moyennées, ce qui confère une robustesse et une stabilité accrue quand les structures étudiées sont soumises à des entrées aléatoires de bas niveau. De récents développements [4] ont illustré les potentialités de la méthodologie à l'aide des mesures réelles acquises lors de la campagne expérimentale SMART2013 (programme EDF-CEA) où un paramètre de raideur globale est mis à jour essai après essai de sorte à suivre de manière fiable la signature modale d'une structure qui s'endommage au cours d'une campagne d'essais.

## 2 Stratégie de recalage de modèle

### 2.1 Erreur en Relation de Comportement modifiée pour l'identification

Comme tout problème inverse, recalcr un modèle (dans un cadre déterministe) consiste à estimer un jeu de paramètres optimal  $\hat{p}$  au sens de la minimisation d'une certaine fonction coût  $\mathcal{J}(p)$  définissant la corrélation entre un modèle paramétré  $\mathcal{M}(p)$  et un ensemble de données  $y$ . Ce terme de distance est en général complété par un terme de régularisation  $\mathcal{G}(p)$ , dit de Tikhonov, intégrant une information *a priori* sur les paramètres, ce qui permet alors de contourner le caractère mal posé du problème inverse (au sens de Hadamard) [13]. Une constante  $\alpha$  permet alors de pondérer l'importance de  $\mathcal{G}(p)$  dans la résolution du problème inverse, qui s'écrit de manière générale comme un problème de minimisation :

$$\hat{p} = \arg \min_{p \in \mathcal{P}} \left[ \mathcal{J}(p) \triangleq \left\| y - \Pi \circ \mathcal{M}(p) \right\|^2 + \alpha \mathcal{G}(p) \right] \quad (1)$$

où  $\Pi$  est un opérateur d'extraction des sorties du modèle associées aux mesures. Bien qu'efficaces, les fonctions-coût de Tikhonov sont très dépendantes de l'information *a priori* fournie par l'utilisateur et divergent rapidement en présence de mesures fortement bruitées [13, 14].

Initialement introduite pour des problèmes de vérification des calculs EF [6], le concept d'ERC a ensuite été étendu aux problèmes d'identification paramétrique sous sa forme modifiée [5] et a montré sa robustesse dans différents contextes incluant entre autres la dynamique des structures [3, 9], la détection d'endommagement [12], l'identification sur la base de mesures de champ [1] ou encore l'assimilation séquentielle de données [7]. Contrairement aux fonctionnelles avec régularisation de Tikhonov (1), l'ERCm a un sens mécanique fort en plus de posséder les propriétés d'être (i) fortement convexe [1] et (ii) robuste vis-à-vis de mesures fortement bruitées voire corrompues [8].

Le principe fondamental de l'ERC repose sur la distinction des équations fiables et non-fiables du problème de dynamique. Ce concept peut être aisément étendu aux quantités expérimentales (voir TAB. 1), menant alors à la formulation de l'ERCm en fréquentiel pour une pulsation  $\omega$  donnée :

$$e_{\omega}^2(s, p) = \frac{r}{1-r} \left\| Y_{\omega} - \Pi \circ s_{\omega} \right\|_G^2 + \zeta^2(s_{\omega}, p) \quad (2)$$

Ce résidu énergétique est composé d'une terme de distance modèle-mesure enrichi d'un terme d'ERC  $\zeta^2$  qui quantifie le degré de non-vérification de la partie élastique des relations de comportement. Le choix de ne pas considérer d'autres termes potentiellement sujets à caution (comportement en dissipation, conditions aux limites) est fait dans un but de simplicité dans une première mise en oeuvre de la méthodologie. La formulation proposée ici peut aisément être étendue à des quantités à recaler autres que la raideur des structures [3]. En terme de notations,  $Y_\omega$  est la transformée de Fourier des mesures  $y(t)$ ,  $s_\omega = (u, \sigma)$  une solution admissible du problème de dynamique (vérifiant les équations fiables du problème de mécanique),  $G$  une matrice symétrique définie positive telle que la norme  $\|\square\|_G = \frac{1}{2}\square^T[G]\square$  soit homogène à une énergie et de niveau comparable au terme d'ERC, et  $r \in ]0, 1[$  un scalaire permettant de moduler le degré de confiance porté aux mesures. Ainsi, une valeur de  $r$  proche de zéro pourra être choisie pour des mesures présentant un fort niveau de bruit alors que des valeurs plus proches de l'unité seront choisies pour des mesures réputées fiables. Bien souvent,  $r = 0.5$  est choisi par défaut dans la littérature.

TABLEAU 1 – Distinction des quantités fiables et non-fiables pour l'étude menée.

	Fiable	Non-fiable
Modèle et équations	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Géométrie</li> <li>• Conditions aux limites</li> <li>• Équilibre dynamique</li> <li>• Partie dissipative des relations de comportement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Partie élastique des relations de comportement</li> </ul>
Données expérimentales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fréquences sollicitées <math>\omega</math></li> <li>• Position des capteurs</li> <li>• Chargement imposé mesuré <math>F_\omega</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenu fréquentiel des mesures <math>Y_\omega</math></li> </ul>

La prise en compte des réponses fréquentielles sur une plage  $D_\omega$  est directement obtenue par intégration de la fonctionnelle (2) :

$$e^2(s, p) = \int_{D_\omega} z(\omega) e_\omega^2(s, p) d\omega \quad (3)$$

où  $z(\omega)$  est une fonction de pondération en fréquence, bien souvent choisie uniforme par défaut dans la littérature.

## 2.2 Algorithme de minimisation

Du fait que l'ERCm dépend simultanément des paramètres à identifier et des champs dynamiquement admissibles, la minimisation de cette fonctionnelle se déroule en deux temps. Pour plus de simplicité, nous allons présenter ces deux étapes dans une version discrétisée EF où les matrices de masse, d'amortissement et de raideur sont respectivement notées  $M, D, K$  et où le champ de déplacement nodal  $V_\omega$  est dualement associé au champ de contrainte dynamiquement admissible. L'indice  $\omega$  sera également omis des transformées de Fourier pour plus de clarté.

- Pour toute pulsation  $\omega \in D_\omega$ , à  $p$  donné, la meilleure solution dynamiquement admissible  $\hat{s}(p) = (\hat{U}, \hat{V})(p)$  minimisant l'ERCm est recherchée :

$$\hat{s}(p) = \arg \min \left[ e_\omega^2((U, V), p) \triangleq \|U - V\|_{K(p)}^2 + \frac{r}{1-r} \|Y - \Pi \circ U\|_G^2 \right] \quad (4)$$

$$\text{sous contrainte d'équilibre dynamique : } -\omega^2 MU + i\omega DU + K(p)V = F$$

En pratique, ce problème de minimisation sous contrainte discrétisé par EF s'écrit sous la forme d'un système linéaire dont la taille peut être considérablement réduite par projection dans une base modale tronquée de faible dimension [3].

- Une fois les meilleurs champs identifiés, les paramètres peuvent être identifiés en minimisant la fonctionnelle :

$$\hat{p} = \arg \min_{p \in \mathcal{P}} \left[ \mathcal{J}(p) \triangleq e^2(\hat{s}(p), p) \right] \quad (5)$$

où  $e^2(\hat{s}(p), p)$  est définie dans (3). En pratique, un algorithme de minimisation du type BFGS est utilisé, la possibilité de fournir une expression analytique du gradient  $\nabla J(p)$  rendant l'optimisation paramétrique très efficace.

Il faut enfin noter que lorsque la dimension de l'espace paramétrique  $\mathcal{P}$  devient grande, le risque de converger vers des minima locaux est important. Exploiter le fait que l'ERC est un bon indicateur local de l'erreur de modèle permet alors d'orienter itérativement le recalage seulement sur les zones les plus erronées du modèle, ajoutant alors une régularisation supplémentaire à la méthode (au sens de Tikhonov) car seul un nombre restreint de paramètres est corrigé à chaque itération.

### 2.3 Contributions essentielles pour l'automatisation de la procédure

Même si l'ERCm a des propriétés de robustesse et d'ellipticité remarquables, une attention particulière doit être portée aux différents paramètres de réglage de la méthode ainsi qu'au caractère aléatoire et bruité des signaux d'entrée de sorte à proposer une stratégie capable d'exploiter au mieux les données expérimentales vis-à-vis de la qualité intrinsèque du modèle et du paramétrage choisi. Des contributions notables, détaillées ci-dessous, sont apportées dans ce travail afin de garantir la convergence et la stabilité de l'algorithme de recalage pour la plus vaste gamme de cas d'application.

Les exemples numériques de ce paragraphe ont été obtenus dans le cas d'un exemple académique de portique soumis à une accélération horizontale uniaxiale imposée en pied (FIG. 2). Dans ce problème, la raideur de la structure, définie par sous-zones et supposée initialement méconnue, est recalée sur la base de mesures simulées puis artificiellement bruitées (TAB. 2).

TABLEAU 2 – Recalage d'un modèle de portique : coefficients matériaux et valeurs cible des paramètres à recaler.

	Éléments sains	Mur W10 endommagé	Init.
Module d'Young [GPa]	33	20	30
Paramètres associés [-]	1.1	0.67	1.0

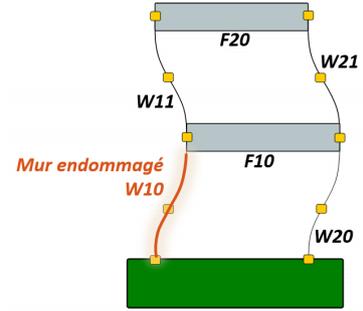


FIGURE 2 – Portique 2D - dénomination des sous-zones à recaler et position des capteurs.

#### Confiance dans les mesures

Dans les travaux fondateurs de l'ERCm,  $r$  est choisi par défaut égal à 0.5 alors que la sensibilité des paramètres recalés  $\hat{p}$  par rapport à  $r$  est loin d'être négligeable. En effet, il a été constaté numériquement que, dans certains cas, l'identification par minimisation de l'ERCm sur la base de mesures fortement bruitées avec cette valeur par défaut peut mener à des résultats incohérents. Une méthode d'équilibrage des termes d'ERC et d'erreur de mesure *a priori* est proposée ici pour calibrer automatiquement le coefficient  $r$  avant le recalage. Concrètement :

$$\hat{r} = \arg \min_{r \in ]0;1[} \left\{ \underbrace{\int_{D_\omega} \zeta^2(U, V) \, d\omega}_{\text{Erreur de modèle}} - \underbrace{\int_{D_\omega} \frac{r}{1-r} \|Y - \Pi \circ U\|^2 \, d\omega}_{\text{Erreur de mesure}} \right\} \quad (6)$$

Une illustration de l'effet de ce critère permettant de choisir automatiquement un rapport  $r$  optimal vis-à-vis du niveau de bruit des données est proposée sur la FIG. 3 où l'on voit que la valeur de  $\hat{r}$  calculée par (6) décroît lorsque le niveau de bruit de mesure augmente, ce qui octroie implicitement plus d'importance à l'erreur de modèle dans ce genre de situations.

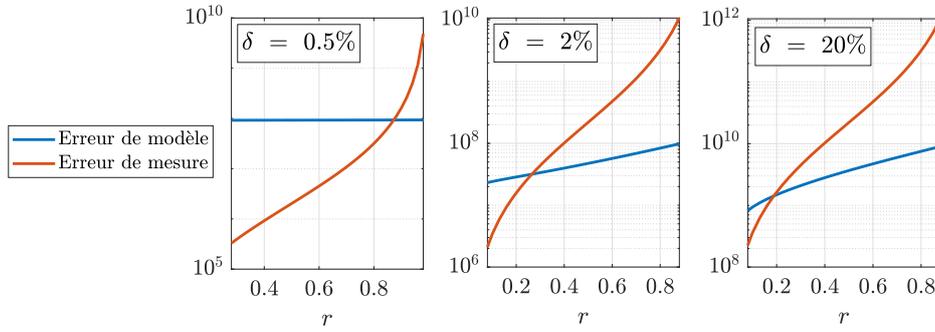


FIGURE 3 – Réglage automatique du paramètre de confiance en les mesures  $r$  en fonction du niveau de bruit contenu dans les données  $\delta$  (défini comme le ratio des variances du bruit de mesure et du signal imposé en pied).  $\hat{r}$  est identifié à l’intersection des courbes d’erreur de modèle (ERC) et de mesure.

### Choix et pondération automatique des fréquences d’intérêt

En génie parasismique, l’essentiel du contenu spectral du chargement est contenu dans l’intervalle  $[0 \text{ Hz}; 50 \text{ Hz}]$ , mais la réponse de la structure s’organise autour des fréquences de résonance. Pour tenir compte de ce constat dans la stratégie de recalage, une méthode automatique pour le calcul de la fonction de pondération en fréquence  $z(\omega)$  à partir des mesures utilisées pour le recalage est introduite. Dans ce qui suit, nous définissons la pondération fréquentielle  $z(\omega)$  à partir de la plus grande valeur singulière de la matrice de transfert  $H(\omega)$  calculée à partir des matrices de densité spectrale de puissance entre entrées et sorties mesurées. Une fois normée, nous obtenons un indicateur fréquentiel permettant de favoriser automatiquement le voisinage des fréquences propres du système expérimental, comme le montre la FIG. 4. On notera que dans sa définition, la fonction fréquentielle  $z(\omega)$  est très proche du concept de *Complex Mode Indicator Function* (CMIF) souvent utilisé pour les besoins de l’identification modale [2, 11].

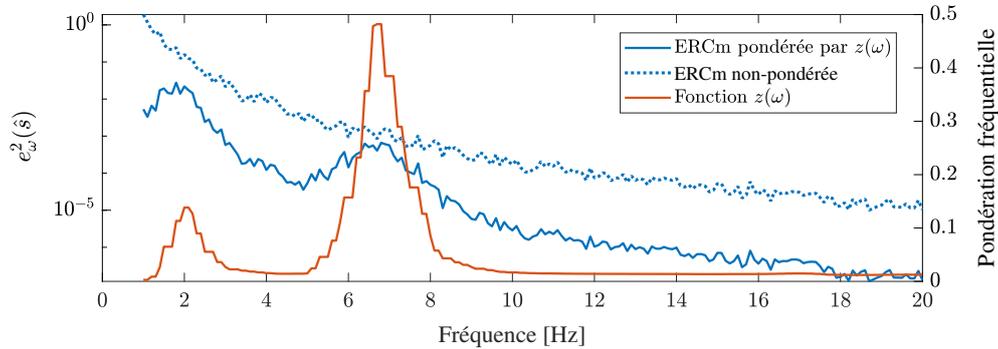


FIGURE 4 – Pondération des fréquences analysées par ERCm en fonction du contenu fréquentiel des mesures utilisées pour le recalage.

### Formulation moyennée et fenêtrage des données pour une robustesse statistique au bruit de mesure

Pour des rapports signal-sur-bruit faibles ( $\delta > 20\%$ ), la seule optimisation de  $r$  et  $z(\omega)$  peut ne pas suffire à assurer une stabilité statistique vis-à-vis du bruit de mesure contenu dans les données (en considérant le bruit de mesure comme la réalisation d’un processus aléatoire). Afin de faire gagner en robustesse statistique, nous proposons un cadre étendu de l’ERCm où les données mesurées sont intégrées par blocs fenêtrés statistiquement décorrélés (voir FIG. 5). Autrement dit, un ensemble de  $J$  fenêtres  $\{v_j\}_{j=1,\dots,J}$  est défini en amont du recalage et la définition étendue de l’ERCm prend la forme suivante :

$$\mathcal{J}(p) = \int_{D_\omega} z(\omega) \mathbb{E}_j \left[ e_{j,\omega}^2(\hat{s}(p), p) \right] d\omega, \quad e_{j,\omega}^2(s, p) \triangleq \frac{r}{1-r} \left\| (v_j \cdot Y)_\omega - \Pi \circ s \right\|_G^2 + \zeta^2(s, p) \quad (7)$$

où  $\mathbb{E}$  désigne l’opérateur d’espérance mathématique. Le fait de moyennner l’ERCm par segments améliore la robustesse de la méthode en ajoutant une stabilité statistique supplémentaire des paramètres par rapport

au bruit de mesure. C'est ce qu'on illustre par la réduction de la taille des intervalles de variabilité des paramètres de la FIG. 6. En effet, l'opération de prétraitement par fenêtrage des données limite l'éloignement des paramètres recalés des valeurs cibles à retrouver quelle que soit la réalisation du bruit de mesure considérée. Notons aussi à titre de remarque que la méthodologie de recalage classique décrite ci-dessus (4-5) n'est qu'un cas particulier de l'ERCm moyennée lorsqu'une seule fenêtre rectangulaire est utilisée. Enfin, le choix des fenêtres de projection garantit la précision des transformées de Fourier des données temporelles qui servent au recalage. Dans les cas tests menés pour cette étude, les fenêtres de Blackman et de Hamming ont montré de très bonnes performances.

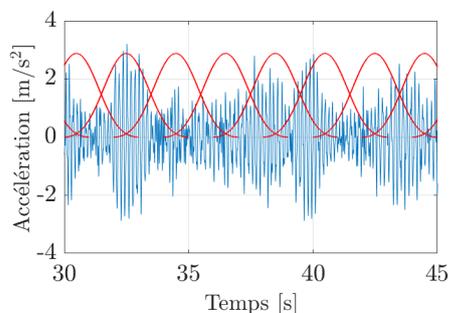


FIGURE 5 – Exemple de fenêtrage de Blackman avec 40% de recouvrement.

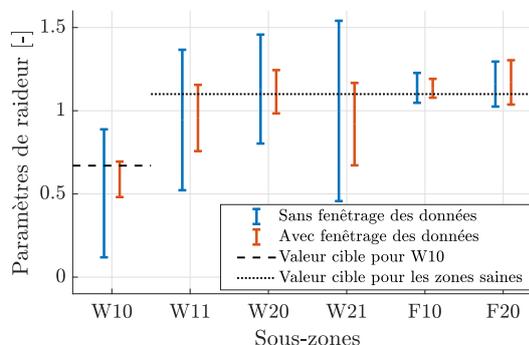


FIGURE 6 – Mise en évidence de l'intérêt du fenêtrage des données - Intervalles de variabilité des paramètres obtenus par recalage ERCm pour 50 réalisations de bruit de mesure à  $\delta = 20\%$  fixé.

### 3 Recalage d'un modèle de bâtiment à partir de mesures d'accélération acquises lors de la campagne SMART2013

Lors de la campagne d'essais SMART2013, une structure en béton armé de 45 tonnes a été soumise à une série d'essais sismiques sur la table vibrante AZALEE de la plateforme TAMARIS au laboratoire EMSI du CEA de Paris-Saclay. Au cours de cette séquence d'essais alternant entrées sismiques réelles de niveau croissant et entrées aléatoires de bas niveau, des enregistrements sur plus de 200 voies de mesure ont été réalisés sur le spécimen expérimental. Parmi ces mesures, les résultats de 48 accéléromètres sont utilisés dans cette étude pour le recalage du modèle EF, issu de [10] et présenté sur la FIG. 7. Notons que le modèle de départ présente des écarts conséquents avec les relevés expérimentaux en termes de signature modale (voir TAB. 3), ce qui justifie l'utilisation de l'algorithme de recalage présenté ici pour le suivi *a posteriori* des fréquences propres de la maquette au cours des différents essais<sup>1</sup>.

Malgré des niveaux de bruit de mesure systématiquement supérieurs à 20% pour les essais de bas niveau non-endommageants, la pertinence de la méthodologie pour l'identification des fréquences propres a pu être validée sur les premiers essais où la structure n'avait pas encore été endommagée. Les résultats du TAB. 3 montrent l'effet positif du recalage sur l'identification des 3 premières fréquences propres (correspondant aux modes sollicités pendant les essais). L'origine des écarts initiaux entre la raideur recalée et celle du modèle n'est très certainement pas liée à la méconnaissance du matériau, mais plus probablement à une mauvaise modélisation de la connexion de la liaison réalisée par la semelle de la structure, que l'on serait tout à fait capable de recalculer par ERCm avec une paramétrisation dédiée.

L'algorithme de recalage par ERCm a ensuite été appliqué à l'ensemble de la campagne, en traitant successivement l'ensemble des essais et en utilisant le jeu de paramètre identifié à l'essai  $k$  comme initialisation du recalage de l'essai  $k + 1$  de sorte à limiter l'impact d'une mauvaise initialisation sur la correction du modèle. Les versions de recalage avec et sans prétraitement des données ont été testées avec succès pour recalculer les trois premières fréquences propres de SMART2013 (FIG. 8). A noter que les essais sismiques endommageants n'ont pas été recalés par ERCm moyennée (perte de l'hypothèse d'ergodicité).

1. Des informations additionnelles sur la campagne peuvent être trouvées dans [2, 4, 10].

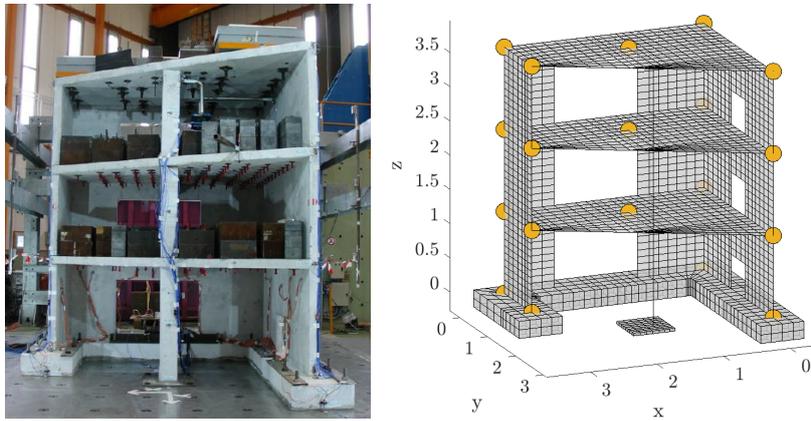


FIGURE 7 – Structure en béton armée fixée à la table-vibrante AZALEE étudiée lors de SMART2013 et modèle EF associé issu de CAST3M<sup>®</sup> recalé dans cette étude. La position des accéléromètres tri-axiaux utilisés pour le recalage est repérée par les sphères oranges.

Mode	Fréq. propres expérimentales	Modèle initial		Modèle recalé par ERCm	
		Fréq. [Hz]	Erreur [%]	Fréq. [Hz]	Erreur [%]
1	6.28	9.10	44.8	5.68	14.9
2	9.22	15.72	70.5	9.82	6.5
3	17.6	31.77	80.5	19.84	12.7

TABLEAU 3 – Recalage de modèle par ERCm d'un des premiers essais de la campagne SMART2013 - Comparaison des fréquences propres obtenues avec les fréquences expérimentales issues de [2].

Dans les deux cas, les corrections du modèle sont pertinentes au vu de la proximité des fréquences recalées  $\hat{f}_\bullet$  avec les fréquences expérimentales  $f_\bullet^{exp}$  (issues de [2]). D'autre part, l'étude de la chute des fréquences propres permet de retracer l'évolution de l'endommagement global de la maquette avec notamment 3 paliers observables entre les essais 6-12, 13-18 et 19-24 qui ont été mentionnés dans les rapports d'essais de la campagne [10]. Evidemment, la qualité des résultats de recalage reste limitée par la faible densité de capteurs, notamment dans l'optique d'aller identifier à une échelle plus fine l'état de la structure. Quoiqu'il en soit, les résultats montrent que la méthodologie automatisée de recalage par ERCm est capable à partir de quelques mesures, même bruitées, de suivre l'état global d'une structure complexe en modifiant séquentiellement un modèle EF linéaire.

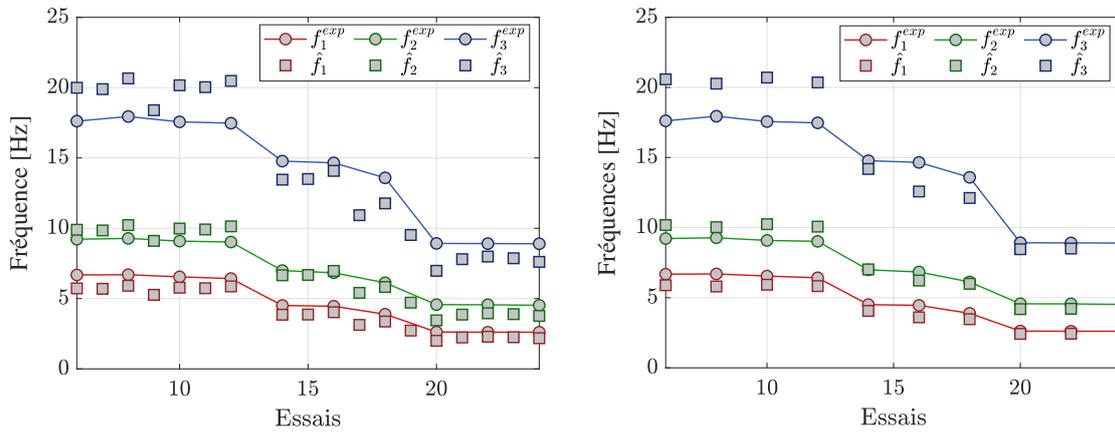
## 4 Conclusions et perspectives

Dans cette étude, une stratégie de recalage de modèle reposant sur la minimisation de l'Erreur en Relation de Comportement modifiée a été mise en œuvre et améliorée en vue du traitement de données d'essais en génie parasismique. Une fois validée sur un exemple académique, la méthode a été appliquée avec succès pour recalé un modèle EF complexe à partir de données expérimentales entachées d'un niveau de bruit conséquent. Cette étude représente un premier pas pour la construction d'un jumeau numérique utilisable pour générer des lois de contrôle optimales pour les actionneurs des tables vibrantes. Les travaux à venir visent à définir une formulation couplée entre l'ERCm et des techniques d'assimilation de données (filtres de Kalman) afin de pouvoir suivre l'état d'une structure testée en temps réel<sup>2</sup> et définir des lois de contrôle fondées sur ce modèle recalé par des techniques de *Model Predictive Control*.

## Remerciements

Nous tenons à remercier le tandem CEA-EDF pour avoir mis à disposition les données d'essais de la campagne SMART2013. Plus particulièrement, nous remercions vivement F. Voldoire (EDF) pour ses commentaires qui ont permis de façonner la forme finale de cette contribution.

2. Des résultats prometteurs sur ce point seront notamment présentés au cours de l'exposé.



(a) Recalage sans fenêtrage des données.

(b) Recalage avec fenêtrage des données.

FIGURE 8 – Correction du modèle EF de la maquette SMART2013 par minimisation de l'ERCm – suivi des premières fréquences propres et comparaison avec des résultats d'analyse modale expérimentale [2].

## Références

- [1] W. Aquino and M. Bonnet. Analysis of the error in constitutive equation approach for time-harmonic elasticity imaging. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 79(3) :822–849, 2019.
- [2] P.-É. Charbonnel. Fuzzy-driven strategy for fully automated modal analysis : Application to the smart2013 shaking-table test campaign. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 152 :107388, 2021.
- [3] A. Deraemaeker, P. Ladevèze, and P. Leconte. Reduced bases for model updating in structural dynamics based on constitutive relation error. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191 :2427–2444, 2002.
- [4] M. Diaz, P.-É. Charbonnel, and L. Chamoin. Robust energy-based model updating framework for random processes in dynamics : application to shaking-table experiments. *Computers and Structures (accepted for publication)*.
- [5] P. Ladevèze and A. Chouaki. Application of a posteriori error estimation for structural model updating. *Inverse Problems*, 15 :49–58, 1999.
- [6] P. Ladevèze and D. Leguillon. Error estimate procedure in the finite element method and applications. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 20(3) :485–509, 1983.
- [7] B. Marchand, L. Chamoin, and C. Rey. Real-time updating of structural mechanics models using kalman filtering, modified constitutive relation error, and proper generalized. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, pages 1102–1119, 2015.
- [8] H. M. Nguyen, O. Allix, and P. Feissel. A robust identification strategy for rate-dependent models in dynamics. *Inverse Problems*, 24, 2008.
- [9] H. Oliveira, F. Louf, E. Hervé-Secourgeon, and F. Gatuingt. Wall-slab joint parameter identification of a reinforced concrete structure using possibly corrupted modal data. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 44 :19–39, 2020.
- [10] B. Richard, S. Cherubini, F. Voltaire, P.-É. Charbonnel, T. Chaudat, S. Abouri, and N. Bonfils. SMART2013 : Experimental and numerical assessment of the dynamic behavior by shaking table tests of an asymmetrical reinforced concrete structure subjected to high intensity ground motions. *Engineering Structures*, 109 :99–116, 2016.
- [11] C. Y. Shih, Y. G. Tsuei, R. J. Allemang, and D. L. Brown. Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation. *Mechanical systems and signal processing*, 2(4) :367–377, 1988.
- [12] T. A. N. Silva and N. M. M. Maia. Detection and localisation of structural damage based on the error in the constitutive relations in dynamics. *Applied Mathematical Modelling*, 46 :736–749, 2017.
- [13] A. Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. SIAM, 2005.
- [14] J. Waeytens, B. Rosić, P. E. Charbonnel, E. Merliot, D. Siegert, X. Chapeleau, R. Vidal, V. le Corvec, and L. M. Cottineau. Model updating techniques for damage detection in concrete beam using optical fiber strain measurement device. *Engineering Structures*, 129 :2–10, 2016.